

Sayılar Kuramına Giriş

Alıştırmalar III

David Pierce

14 Ekim 2017

Matematik Bölümü, MSGSÜ

dpierce@msgsu.edu.tr

<http://mat.msgsu.edu.tr/~dpierce/>

Alıştırma 1. Her a sayma sayısı için, öyle bir (a_0, a_1, a_2, \dots) dizisi vardır ki (her durumda) $0 \leq a_i < 10$ ve

$$a = a_0 + 10a_1 + 100a_2 + \dots$$

sağlanır. Yeni bir \sim bağıntısının tanımı,

$$a \sim b \iff a_1 = b_1$$

olsun.

- (a) \sim bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösterin.
(b) \mathbb{N}/\sim bölümünde

$$[a] \oplus [b] = [c] \iff a_1 + b_1 \equiv c_1 \pmod{10}$$

kuralıyla bir \oplus işlemi tanımlanabilir mi?

Alıştırma 2. Öklid'in *Öğeler*'inin VII. kitabının 30. önermesine göre bir asal sayı bir çarpımı bölerse, çarpanların birini de böler; yani p asal olmak üzere

$$p \mid ab \ \& \ p \nmid a \implies p \mid b.$$

Bunu kanıtlamak için kullandığımız yöntemi kullanarak

$$n \mid ab \ \& \ \text{ebob}(n, a) = 1 \implies n \mid b$$

gerektirmesini kanıtlayın.

Alıştırma 3. $a \mid n$ ve $b \mid n$ olsun. Kanıtlayın:

- (a) $ab \nmid n$ olabilir.
(b) $\text{ebob}(a, b) = 1$ ise $ab \mid n$.

Alıştırma 4. (a) 232'ün asal çarpanlara ayrılışını bulun.
(b) 233 modülüne göre aşağıdaki kalandaşlıkları sırasıyla kanıtlayın.

- (i) $2^8 \equiv 23$.
(ii) $23^{29} \equiv 1$.

Alıştırma 5. 1597'ye göre 987'nin tersini bulun, yani

$$987x \equiv 1 \pmod{1597}$$

kalandaşlığımı çözün.

Alıştırma 6. En kısa bulabildiğiniz yöntem ile aşağıdaki önermeleri kanıtlayın. (Her asal sayının bir ilkel kökünün var olduğunu varsayabilirsiniz.)

- (a) 2, 71'in ilkel kökü değildir;
(b) 7, 71'in ilkel köküdür.