

# Analitik Geometri (MAT 104)

## Final Sınavı Çözümleri

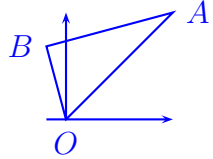
David Pierce

27 Mayıs 2015

**Problem 1.** Bir  $A$  noktasının kutupsal koordinatları  $(a, \alpha)$  olsun, ve  $B$  noktasının  $(b, \beta)$  olsun.

- (a)  $(a, \alpha) = (2, \pi/4)$  ve  $(b, \beta) = (1, 7\pi/12)$  ise  $AB$  doğrusunun uzunluğu kaçtır?
- (b) Genel durumda, uç noktalarının koordinatlarına göre,  $AB$  doğrusunun uzunluğu nedir?

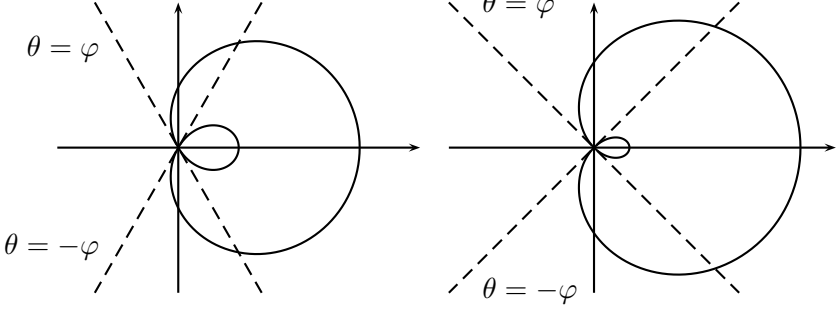
- (a)  $\angle AOB = 7\pi/12 - \pi/4 = \pi/3$ ,  $OA = 2$  ve  $OB = 1$  olduğundan  $AOB$  üçgeni "30-60-90" üçgendir, dolayısıyla  $AB = \sqrt{3}$ . [İkinci şık da kullanılabilir.]



- (b) Kosinüs Teoremine göre

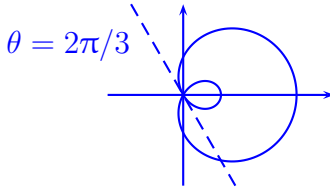
$$AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\beta - \alpha).$$

**Problem 2.** Aşağıdaki şekillerde,  $\theta = \pm\varphi$  doğruları, başlangıç noktasında, “limason” [salyangoz] eğrilerine teğet geçer. Limasonların biri,  $r = 1/2 + \cos \theta$  kutupsal denklemini tarafından tanımlanır. Bu durumda  $\varphi$  açısı nedir? (Hesaplamalarınızı gösterin.)



$$\begin{aligned} 1/2 + \cos \varphi &= 0, \\ \cos \varphi &= -1/2, \\ \varphi &= \pm 2\pi/3. \end{aligned}$$

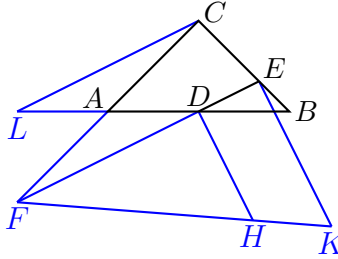
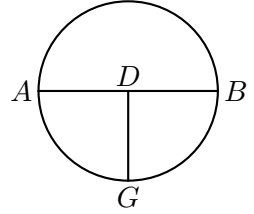
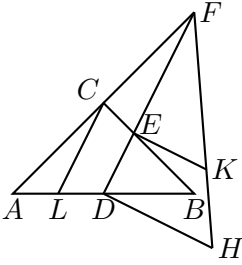
Şekle göre  $\varphi = 2\pi/3$  (veya  $-\pi/3$ ).



**Problem 3.** (a) Şekillerde

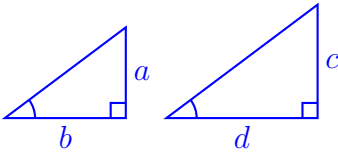
- Bir doğru,  $ABC$  üçgeninin kenarlarını  $D$ ,  $E$ , ve  $F$ 'de kessin;
- $AB$ , çemberin çapı olsun, ve  $DG \perp AB$  olsun;
- $DH \perp DE$  ve  $DH \cdot DE = DG^2$  olsun;
- $EK$ ,  $DH$ 'ye paralel olsun ve  $FH$ 'yi  $K$ 'de kessin;
- $CL$ ,  $DE$ 'ye paralel olsun ve  $AB$ 'yi  $L$ 'de kessin.

Ortadaki şekli tamamlayın.



[Bu şık, telafi sınavındaydı.]

(b) Şimdi  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ve  $d$ , herhangi uzunluklar olsun. Tanımımıza göre ne zaman  $a : b :: c : d$ ? Doğru şekil çizmek yeterlidir.



[Bu şık, ikinci sınavındaydı.]

**Problem 4.** Bu problemde  $xyz$  eksenleri birbirine diktir, ve birim uzunluğu seçilmiştir.

- (a)  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 1, 1)$ , ve  $(-1, 2, -3)$  noktalarından geçen düzleme dik olan (ve sıfır olmayan) bir vektör bulun.
- (b)  $\frac{x - 10}{7} = \frac{y + 100}{-1} = \frac{z + 1000}{3}$  doğrusuna dik olan,  $(2, 5, 4)$  noktasından geçen düzlemin denklemini  $ax + by + cz = d$  biçiminde yazın.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & ((1, 2, 3) - (1, 1, 1)) \times ((-1, 2, -3) - (1, 1, 1)) \\ &= (0, 1, 2) \times (-2, 1, -4) \\ &= \left( \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \right) \\ &= (-4 - 2, -(-(-4)), -(-2)) \\ &= (-6, -4, 2). \end{aligned}$$

[Cevap,  $(6, 4, -2)$ ,  $(3, 2, -1)$ , ve saire olabilir.]

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 7x - y + 3z &= (7, -1, 3) \cdot (2, 5, 4) \\ &= 14 - 5 + 12 \\ &= 21. \end{aligned}$$