


Öğelerin 13 Kitabından Birinci Kitap

Öklid'in Yunanca metni ile
Özer Öztürk & David Pierce'in çevirdiği Türkçesi

Ekim 2020

Matematik Bölümü
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
İstanbul
mat.msgsu.edu.tr/

Bu çalışma
Creative Commons Attribution-Gayriticari-ShareAlike 3.0
Unported Lisansı ile lisanslı.
Lisansın bir kopyasını görebilmek için,
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>
adresini ziyaret edin ya da mektup atın:
Creative Commons,
444 Castro Street, Suite 900,
Mountain View, California, 94041, USA.

cc BY: Özer Öztürk & David Pierce 

ozerozturk@msgsu.edu.tr

dpierce@msgsu.edu.tr

Önsöz

Bu kitapta, Öklid'in *Öğeler*'inin birinci kitabının orijinal Yunanca metni ve paralel Türkçe çeviri birlikte sunulmuştur. Kitabımız, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi'nin Matematik Bölümü'nde bir birinci sınıf lisans dersi için hazırlanmıştır.

Buradaki Yunanca metin, Heiberg'indir [4]. Kitabının kopyası, internet'te bulunabilir, mesela Wilbour Hall¹ ve European Cultural Heritage Online (ECHO)² sitelerinde. Aslında L^AT_EX elektronik dosyamız için Fitzpatrick'in L^AT_EX kaynağını [7] kullanmıştık. Ama Fitzpatrick'in dosyasındaki metni Heiberg'in kitabından nasıl aldığımızı bilmiyoruz, ve bu metinde birkaç hatalar fark ettik. Bu hatalar, Project Perseus sitesinde bulunmamaktadır.³

Önerme	Fitzpatrick			Heiberg		
	satır	sayfa		sayfa	satır	
5 (ε')	ilk	11	πρὸς	πρὸς	20	2
17 (ιζ')	2	21	πάντη	πάντη	44	10
17 (ιζ')	son	22	πάντη	πάντη	44	24
36 (λς')	15	38	διὰ	διὰ	88	4
37 (λς')	7	38	διὰ	διὰ	88	20
38 (λη')	7	39	διὰ	διὰ	90	17

Project Perseus sitesinden çok faydalandık. Güler Çelgin'in [2] sözlüğü de yararlıydı. Kullandığımız Yunanca font, Greek Font Society (Yunan Font Derneği) tarafından sağlanan "NeoHellenic" fontudur.

¹<http://www.wilbourhall.org>

²<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/home>

³<http://www.perseus.tufts.edu/>

İçindekiler

Giriş	6
Yunan alfabesi	10
Hudutlar	11
Postulatlar	16
Ortak kavramlar	17
Önermeler	18
1. Önerme	18
2. Önerme	22
3. Önerme	24
4. Önerme	26
5. Önerme	30
6. Önerme	34
7. Önerme	36
8. Önerme	38
9. Önerme	42
10. Önerme	44
11. Önerme	46
12. Önerme	48
13. Önerme	52
14. Önerme	56
15. Önerme	60
16. Önerme	62
17. Önerme	66
18. Önerme	68
19. Önerme	70
20. Önerme	72
21. Önerme	74
22. Önerme	78
23. Önerme	82
24. Önerme	84
25. Önerme	88
26. Önerme	90
27. Önerme	96
28. Önerme	98
29. Önerme	100
30. Önerme	104
31. Önerme	106
32. Önerme	108
33. Önerme	112
34. Önerme	114
35. Önerme	118
36. Önerme	120

37. Önerme	122	43. Önerme	134
38. Önerme	124	44. Önerme	136
39. Önerme	126	45. Önerme	140
40. Önerme	128	46. Önerme	144
41. Önerme	130	47. Önerme	146
42. Önerme	132	48. Önerme	150

fiiller Sözlüğü	154
------------------------	------------

Edatlar Sözlüğü	156
------------------------	------------

Kaynakça	157
-----------------	------------

Giriş

Bildiğimiz kadarı ile, aşağı yukarı bir yüzyıl önceye kadar, en azından Dünyanın Hristiyan ve Müslüman yerlerinde, her matematikçi matematiği Öklid'den öğrendi. Bizce matematik öğrencileri, hâlâ Öklid'i okumalıdır. *Öğeler* eseri, dünyanın ilk matematik dizgesidir.

Her kitap gibi, Öklid'in *Öğeler*'i mükemmel olmayabilir. Yapısında hatalar varsa, öğrenci onları düzelterek öğrensin. Bugünkü “analitik” geometri ders kitapları, mantık açısından düzensiz olabilir, ama *Öğeler*'in birinci kitabının yardımıyla düzeltilebilir.

Metnimiz

Öklid'in *Öğeler*'inin birinci kitabı, burada iki sütun halinde sunuluyor: sol sütunda orijinal Yunanca metin, ve sağında bir Türkçe çevirisi yer alıyor.

Öklid'in *Öğeler*'i, her biri **önermelere** bölünmüş olan 13 kitaptan oluşur. Bazı kitaplarda **tanımlar** da vardır. Birinci kitap ayrıca **postülatlar** ve **ortak kavramlar** da içerir. Bu baskıda Yunanca metnin her önermesinin her cümlesi öyle birimlere bölünmüştür ki

- 1) (hemen hemen) her birim bir satıra sığar,
- 2) her birim cümle içinde bir rol oynar,
- 3) her birimin tam Türkçe çevirisi vardır.

Her birimin çevirisi, orijinalinin yanında yer alır. Bazen ortaya çıkan Türkçe cümleler, biraz tuhaf gelebilir. Bu durumda, daha akıcı ifadeler bulmak okuyucuya bırakılmıştır.

Öğeler'in her önermesinin yanında, bir **harfli diagram** vardır. Orijinal ruloda diagram, kelimelerin *sonunda* yer alırdı ve böylece okuyan önermeyi okumak için ruloyu ne kadar açması gerektiğini bilirdi [9, p. 35, n. 55]. Bu baskıda bir önerme iki sayfaya sığmazsa, diagramı tekrarlanır.

Öğeler'in M.Ö. 300 civarında yazılmış olması gerekir. Bizim kullandığımız 1883'te yayımlanan Heiberg [4] versiyonu, 10. yüzyılda yazılmış ve Vatikan'da

bulunmuş bir elyazmasına dayanmaktadır.

Dili ve alfabesi

Öklid'in kullandığı dil, Antik Yunancadır. Bu dil, İngilizce ve Farsça gibi, Hint-Avrupa dilleri ailesindedir. Türkçe, bu aileden değildir; fakat bazı yönlerden Türkçe, Yunancaya, İngilizceden daha yakındır. Örneğin Türkçe ve Yunanca, adlar ve fiiller çeker. İngilizce ve Türkçenin günümüz bilimsel terminolojisinin kökleri genellikle Yunancadır.

Yunan alfabesinin sayfa 10'da verilen 24 harfini ezberlemenizi tavsiye ederiz. Bu kitapta her önermenin sadece bir diagramı vardır, ve harfleri Yunan alfabesinden alınmıştır. Matematikçiler, bu harfleri her zaman kullanırlar.

Öğelerin ve önermelerinin analizi

Öğeler'in her önermesi bir **problem** veya bir **teorem** olarak anlaşılabilir. M.S. 320 civarında (yani Öklid'den 6 yüzyıl sonra) yazan İskenderiyeli Pappus bu ayrımı aşağıdaki gibi tarif ediyor:⁴

Οἱ τὰ ἐν γεωμετρίας ζητούμενα βουλόμενοι τεχνικώτερον διακρίνειν,

πρόβλημα μὲν ἀξιούσι καλεῖν ἐφ' οὗ *προβάλλεται* τι ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι,

θεώρημα δὲ ἐν ᾧ τινῶν ὑποκειμένων τὸ ἐπόμενον αὐτοῖς καὶ πάντως ἐπισυμβαῖνον *θεωρεῖται*,

τῶν παλαιῶν τῶν μὲν προβλήματα πάντα, τῶν δὲ θεωρήματα εἶναι φασκόντων.

Bir problem bir şey yapmayı önerir; bir teorem bir şey inceler. Pappus, *problem* ve *teorem* kelimelerinin etimolojisini anırtıyor:

Geometri araştırmalarında daha usta bir ayrıştırma yapmak isteyenler,

bir şeyin yapılmasını veya inşa edilmesini *öneren* bir [önerme]ye **problem** demeyi uygun görüyorlar;

belirli varsayımların neticesinin ve zorunlu sonucunun *incelendiği* bir [önerme]ye, **teorem**;

ama antiklerin bazıları [önermelerin] tümünün problem, bazıları da teorem olduğunu söylemiştir.

⁴Pappus'tan yapılan alıntı, onun *Toplama* eserinin üçüncü kitabının [10, s. 30] girişinden alınmıştır. Alıntı, [14, pp. 566–567] kaynağında da bulunabilir.

πρόβλημα	problem	θεώρημα	teorem
προβαλλ-	öner-	θεωρε-	incele-

Bizim *önerme* sözcüğümüz, Yunanca'da bulunmamaktadır, ama etimoloji açısından πρόβλημα adı gibidir. Yunan θεωρε- fiili, anlamı “bak-” olan θεα-fiilinden türemiştir. Bu son fiilden θέατρον “tiyatro” gelmiştir.

İster bir problem, ister bir teorem olsun, bir önermenin metni altı parçaya kadar ayrılıp analiz edilebilir. M.S. beşinci yüzyılda (yani Öklid'den 7 yüzyıl sonra) Proklos bu parçaları ve bu analizi anlatmıştır:⁵

πᾶν δὲ πρόβλημα καὶ πᾶν θεώρημα τὸ ἐκ τελείων τῶν ἑαυτοῦ μερῶν συμπληρωμένον βούλεται πάντα ταῦτα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ·

[i] πρότασιν, [ii] ἔκθεσιν,

[iii] διορισμόν, [iv] κατασκευήν,

[v] ἀπόδειξιν, [vi] συμπέρασμα.

τούτων δὲ

ἡ μὲν πρότασις λέγει, τίνος δεδομένου τί τὸ ζητούμενόν ἐστιν.

ἡ γὰρ τελεία πρότασις ἐξ ἀμφοτέρων ἐστίν.

ἡ δ' ἔκθεσις αὐτὸ καθ' αὐτὸ τὸ δεδομένον ἀποδιαλαβοῦσα προεுτρεπίζει τῆς ζητήσεως.

ὁ δὲ διορισμὸς χωρὶς τὸ ζητούμενον, ὅτι ποτέ ἐστιν, διασαφεῖ.

ἡ δὲ κατασκευὴ τὰ ἐλλείποντα τῷ δεδομένῳ πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν προστίθισιν.

ἡ δὲ ἀπόδειξις ἐπιστημονικῶς ἀπὸ τῶν ὁμολογηθέντων συνάγει τὸ προκειμένον.

τὸ δὲ συμπέρασμα πάλιν ἐπὶ τὴν πρότασιν ἀναστρέφει βεβαιοῦν τὸ δεδειγμένον.

καὶ τὰ μὲν σύμπαντα μέρη τῶν τε προβλημάτων

Bütün parçalarıyla donatılmış her problem ve her teorem aşağıdaki tüm parçaları içermek ister:

- (1) bildirme, (2) açıklama,
- (3) belirtme, (4) düzenleme,
- (5) gösterme, ve (6) bitirme.

Bunlardan da:

1. **Bildirme**, hangi verilenden hangi [sonucun] arandığını söyler.

Zira tam bir bildirme, bu iki parçanın ikisini de içerir.

2. **Açıklama**, verileni ayrıca ele alarak bunu araştırmada kullanmak üzere hazırlar.

3. **Belirtme**, arananın ayrıca ne olduğunu net bir şekilde gösterir.

4. **Düzenleme**, arananı avlamak için veriledeki eksikleri yerleşmiştir.

5. **Gösterme**, [elimizde] bulunanları bilimsel olarak kabul edilen [ilkeler]e göre birleştirir.

6. **Bitirme**, gösterilmiş olanı onaylayarak bildirmeye geri döner.

Bunlar, problemlerin ve teoremlerin bü-

⁵Verilen alıntının Yunancası, [11, s. 203] kaynağından alınmıştır. Bu kitabın İngilizce [12] çevirisi vardır. Verilen alıntının İngilizcesi, [6, s. xxiii] bulunmuştur. Proklos Bizans (şimdi İstanbul) doğumludur, ama aslında Likyalıdır, ve ilk eğitimini Ksantos'ta almıştır. Felsefe öğrenmek için İskenderiye'ye ve sonra da Atina'ya gitmiştir [12, s. xxxix].

καὶ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ τοσαῦτα·

τὰ δὲ ἀναγκαιότατα καὶ ἐν πᾶσιν ὑπάρχοντα
πρότασις καὶ ἀπόδειξις καὶ συμπέρασμα.

tün parçalarıdır.

En zorunlu olan ve her [önerme]de bulunan [parçalar], bildirme, gösterme, ve bitirmedir.

Biz de Proklos'un analizini aşağıdaki anlamıyla kullanacağız:

Bildirme, bir önermenin, harfli diagrama gönderme yapmayan, genel beyanıdır. Bu beyan, bir doğru veya üçgen gibi bir nesne hakkındadır.

Açıklama, bu nesneyi harfler aracılığıyla diagramda işaret eder. Bu nesnenin varlığı üçüncü tekil emir kipinde bir fiil ile oluşturulur. (Bazen düzenlemeninki gibi açıklamanın ikinci kelimesi γάρ olur.)

Belirtme,

- (a) bir *problemde*, nesne ile ilgili ne yapılacağını söyler ve δεῖ δὴ kelimeleriyle başlar (burada δεῖ, “gereklidir”, δὴ ise “o halde” anlamındadır);
- (b) bir *teoremde*, nesneyle ilgili neyin ispatlanacağını söyler ve “diyorum ki” anlamına gelen λέγω ὅτι kelimeleriyle başlar. Aynı ifade, bir problemde de belirtmeye ek olarak, göstermenin başında ve düzenlemenin sonunda görülebilir.

Düzenleme varsa, ikinci kelimesi γάρ olur. Bu kelime, onaylayıcı bir zarf ve sebep belirten bir bağlaçtır. Bunu “zira” olarak çevirdik ve cümlemin birinci kelimesi yaptık.

Gösterme, genellikle ἐπεὶ (“çünkü, olduğundan”) ilgeciyle başlar.

Bitirme, bildirmeyi tekrarlar ve genellikle ἄρα (“böylece”) ilgecini içerir. Tekrarlanan bildirmeden sonra bitirme aşağıdaki iki kalıptan biriyle sonlanır:

- (a) ὅπερ ἔδει ποιῆσαι “yapılması gereken tam buydu” (problemlerde; Latincesi *quod erat faciendum* veya QEF);
- (b) ὅπερ ἔδει δεῖξαι “gösterilmesi gereken tam buydu” (teoremlerde; Latincesi *quod erat demonstrandum* veya QED).

Yunan alfabesi

büyük	küçük	okunuş	isim
A	α	a	alfa
B	β	b	beta
Γ	γ	g	gamma
Δ	δ	d	delta
E	ϵ	e (kısa)	epsilon
Z	ζ	z (ds)	zeta
H	η	ê (uzun e)	eta
Θ	θ	th	theta
I	ι	i	iota (yota)
K	κ	k	kappa
Λ	λ	l	lambda
M	μ	m	mü
N	ν	n	nü
Ξ	ξ	ks	ksi
O	\omicron	o (kısa)	omikron
Π	π	p	pi
P	ρ	r	rho (ro)
Σ	σ, ς	s	sigma
T	τ	t	tau
Y	υ	y, ü	üpsilon
Φ	ϕ	f	phi
X	χ	h (kh)	khi
Ψ	ψ	ps	psi
Ω	ω	ô (uzun o)	omega

“Οροι // Hudutlar

Σημεῖον ἔστιν,
οὐ μέρος οὐθέν.

Γραμμὴ δὲ
μῆκος ἀπλατές.

Γραμμῆς δὲ
πέρατα σημεῖα.

Εὐθεῖα γραμμὴ ἔστιν,
ἣτις ἐξ ἴσου
τοῖς ἐπ’ αὐτῆς σημείοις
κεῖται.

Ἐπιφάνεια δὲ ἔστιν,
ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον
ἔχει.

Ἐπιφανείας δὲ
πέρατα γραμμαί.

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἔστιν,

[1] Bir **nokta**,
hiçbir parçası olmayandır.

[2] Ve bir **çizgi**,
genişliksiz uzunluktur.

[3] Ve bir çizginin
sınırları, noktadır.

[4] Bir **doğru** çizgi,
eşit olarak
üzerindeki noktalara göre
oturandır.⁶

[5] Ve bir **yüzey**,
sadece uzunluğu ve genişliği
olandır.

[6] Ve bir yüzeyin
sınırları, çizgidir.

[7] Bir **düzlem** yüzeyi,

⁶Lucio Russo’ya [13, s. 322–4] göre bu tanım ve buradaki başka tanımlar, *Heron’un Tanımları* (*Heronis Definitiones*) adlı kitabından Öklid’in *Öğeler*’ine eklenmiştir. *Heron’un Tanımları*’nda Εὐθεῖα μὲν οὖν γραμμὴ ἔστιν ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐπ’ αὐτῆς σημείοις κεῖται ὅρθῃ οὕσα καὶ οἷον ἐπ’ ἄκρον τεταμένη ἐπὶ τὰ πέρατα “Bir doğru çizgi, eşit olarak üzerindeki noktalara göre düz ve uçlarından en fazla gerilmiş oturandır” (*A straight line is a line that equally with respect to [all] points on itself lies straight and maximally taught between its extremities*) metni bulunmuştur.

ἥτις ἐξ ἴσου
ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις
κεῖται.

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν
ἡ ἐν ἐπιπέδῳ
δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων
καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων
πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν
κλίσις.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν
γραμμαὶ
εὐθεῖαι ᾧσιν,
εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

Ὅταν δὲ εὐθεῖα
ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστί,
καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα
κάθετος καλεῖται,
ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν
ἡ μείζων ὀρθῆς.

Ὄξεῖα δὲ
ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Ὅρος ἐστίν,
ὃ τινός ἐστί πέρας.

eşit olarak
üzerindeki doğrulara göre
oturandır.

[8] Ve bir **düzlem açısı**,
bir düzlemde
iki çizgi birbirine dokununca
ve bir doğru üzerinde oturmayınca
çizgilerin birbirine göre
eğimidir.

[9] Ve ne zaman açığı içeren
çizgiler
doğru olursa
açıya **düzkenar** denir.

[10] Ve ne zaman bir doğru,
bir doğrunun üzerine dikilmiş,
bitişik açıları
birbirine eşit yaparsa,
eşit açılardan her biri, **diktir**,
ve dikilmiş doğruya
dikey denir
üzerine dikildiği [doğru]ya.⁷

[11] Bir **geniş açı**,
dik [açı]dan büyük olandır.⁸

[12] Ve bir **dar açı**,
dik [açı]dan küçük olandır.

[13] Bir **hudut**,
herhangi bir şeyin sınırı olandır.

⁷Bu tanım, 11. ve 12. önermelerde alıntılanır.

⁸Atatürk'ün *Geometri* kitabına [1, ¶37, s. 15] göre öyle bir açı, **oput açısıdır**.

Σχήμά ἐστι
τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινων ὄρων
περιεχόμενον.

Κύκλος ἐστὶ
σχῆμα ἐπίπεδον
ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον
[ἢ καλεῖται περιφέρεια],
πρὸς ἣν
ἀφ' ἐνὸς σημείου
τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων

πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι
[πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν]
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου
τὸ σημεῖον καλεῖται.

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν
εὐθεῖά τις
διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη
καὶ περατουμένη
ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη
ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας,
ἣτις καὶ
δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ
τὸ περιεχόμενον σχῆμα
ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου
καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς
περιφέρειας.
κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό,

[14] Bir **figür**,
bir hudut veya hudutlar tarafından
içerilendir.

[15] Bir **daire**,
düzlemdeki bir figürdür
bir çizgice içerilen
[bu çizgiye **çevre** denir]
öyle ki [bu çizginin üzerine]
bir noktadan
(figürün içerisinde oturan noktaların)
tüm düşen doğrular,
[çevrenin üzerine]
birbirine eşittir.

[16] Ve dairenin **merkezi**
denir o noktaya.

[17] Ve bir dairenin bir **çapı**,
herhangi bir doğrudur
dairenin merkezinden ilerletilmiş
ve sınırlandırılan
her iki tarafta
dairenin çevresi tarafından;
ve [böyle bir doğru,]
daireyi ikiye böler.

[18] Bir **yarıdaire**,
içerilen figürdür
hem bir çap
hem onun ayırdığı
çevre tarafından.
Ve yarıdairenin merkezi aynıdır

ὁ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι
τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα,
τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν,
τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων,
πολύπλευρα δὲ
τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων
εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων
ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι
τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς,
ἰσοσκελὲς δὲ
τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς,
σκαληνόν δὲ
τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων
ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι
τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν,
ἀμβλυγώνιον δὲ
τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν,
ὀξυγώνιον δὲ
τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων
τετράγωνον μὲν ἐστίν,
ὁ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι
καὶ ὀρθογώνιον,
ἑτερόμηκες δέ,
ὁ ὀρθογώνιον μὲν,
οὐκ ἰσόπλευρον δέ,
ρόμβος δέ,
ὁ ἰσόπλευρον μὲν,

daireninkiyle.

[19] **Düzkenar figürler**,
doğrularca içerilendir:
üçkenar figürler üç,
dörtkenar figürler de dört,
çokkenar figürler de
dörtten daha fazla
doğruca içerilendir.

[20] Ve üçkenar figürlerden
eşkenar üçgen,
üç eşit kenarı olan;
ikizkenar da,
sadece iki eşit kenarı olan;
çeşitkenar da,
üç eşit olmayan kenarı olandır.

[21] Ve ayrıca, üçkenar figürlerden,
dik [açılı] üçgen,
bir dik açısı olan;
geniş açılı da,
bir geniş açısı olan;
dar açılı da,
üç dar açısı olandır.

[22] Ve dörtkenar figürlerden
kare,
hem eşkenar olan
hem dik;
dikdörtgen de
dik olan
ama eşkenar olmayan;
romb⁹ da,
eşkenar olan

οὐκ ὀρθογώνιον δέ,
 ῥομβοειδές δέ
 τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς
 τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον,
 ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν
 οὔτε ὀρθογώνιον·
 τὰ δὲ παρὰ ταῦτα
 τετράπλευρα
 τραπέζια καλεῖσθω.

Παράλληλοι εἰσιν εὐθεῖαι,
 αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι
 καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον
 ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη
 ἐπὶ μηδέτερα
 συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

ama dik olmayan;
romboid de
 hem karşılıklı kenar
 hem açıları eşit olan
 ama ne eşkenar
 ne dik olandır.
 Ve bunların dışında kalan
 dörtkenarlara
trapezion¹⁰ denilsin.

[23] **Paraleldir** doğrular,
 aynı düzlemde bulunan
 ve sonsuza uzatılınca
 her iki tarafta,
 hiçbir tarafta
 çarpışmayan.

⁹Yani *eşkenar dörtgen*.

¹⁰*Romb* ve *romboid* terimleri, önermelerde kullanılmaz. *Trapezion* terimi, 35. önermede, yamuk için kullanılır.

Αιτήματα // Postulatlar

Ἦιτήσθω
ἀπὸ παντὸς σημείου
ἐπὶ πᾶν σημεῖον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν
κατὰ τὸ συνεχές
ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

καὶ παντὶ κέντρῳ
καὶ διαστήματι
κύκλον γράφεσθαι.

καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
γωνίας
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῆ,
ἐκβαλλομένας
τὰς δύο εὐθείας
ἐπ' ἄπειρον
συμπίπτειν,
ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονες.

[Postulat olarak] rica edilmiş olsun:

[1] herhangi bir noktadan
herhangi bir noktaya
bir doğru çizgi ilerletmek.

[2] Ve sınırlanmış bir doğruyu
kesiksiz şekilde
bir doğruda uzatmak.

[3] Ve her merkez
ve uzunluğa
bir daire çizmek.

[4] Ve bütün dik açılardan
birbirine eşit olduğu.

[5] Ve eğer iki doğrunun üzerine
düşen bir doğru
aynı tarafta oluşturduğu iç
açıları
iki dik açıdan küçük yaparsa,
uzatıldıklarında
bu iki doğrunun
sınırsızca
çarpışacağı,
açıların iki dik açıdan küçük olduğu
tarafta.

Κοινὰ ἔννοιαι // Ortak kavramlar¹¹

Τὰ τῶ αὐτῶ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

[1] Aynı şeye eşitler
birbirine de eşittir.¹²

καὶ ἐὰν ἴσοις
ἴσα προστεθῆ,
τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

[2] Ve eğer eşitlere
eşitler eklenirse,
bütünler eşittir.

καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων
ἴσα ἀφαιρεθῆ,
τὰ καταλειπόμενά ἐστὶν ἴσα.

[3] Ve eğer eşitlerden
eşitler ayrılırsa,
kalanlar eşittir.

καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα
ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν.

[4] Ve birbirine uygulayan¹³ şeyler
birbirine eşittir.

καὶ τὸ ὅλον
τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστὶν].

[5] Ve bütün,
parçadan büyüktür.

¹¹ *Ortak kavram* adının yerine *aksiyom* kullanılabilir.

¹² Bu cümle, 1., 2., ve 13. önermelerde alıntılanır.

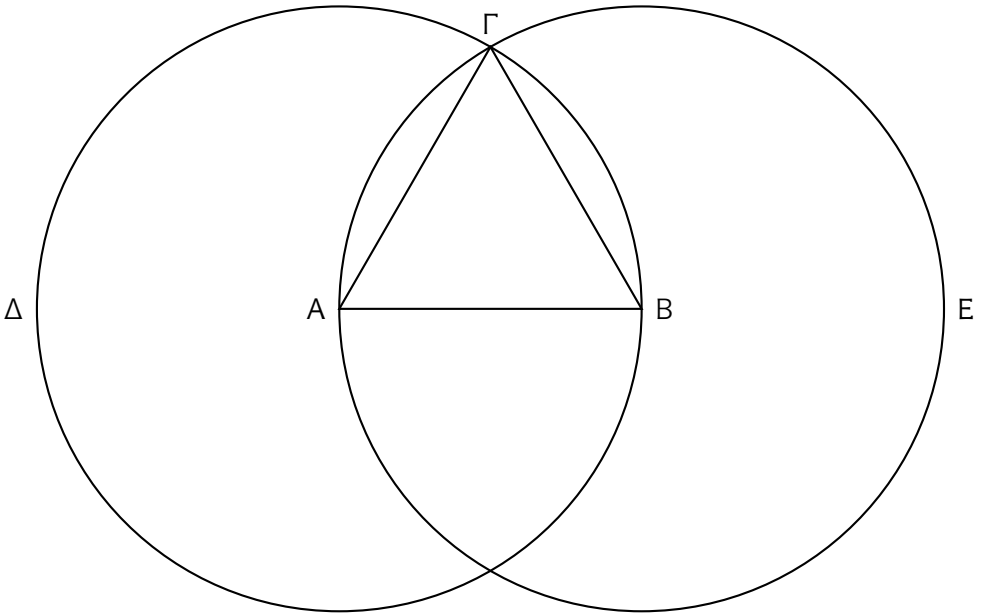
¹³ Veya *birbiriyle çakışan*.

Önermeler

1. Önerme

Ἐπὶ τῆς δοθείσης
εὐθείας πεπερασμένης
τρίγωνον ἰσόπλευρον
συστήσασθαι.

Verilmiş
sınırlanmış doğruun üzerinde
eşkenar üçgen
inşa etmek.



Ἐστω
ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη
ἡ AB.

Olsun
verilmiş sınırlanmış doğru
AB.

Δεῖ δὴ
ἐπὶ τῆς AB εὐθείας
τρίγωνον ἰσόπλευρον
συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ A
διαστήματι δὲ τῷ AB
κύκλος γεγράφθω
ὁ ΒΓΔ,
καὶ πάλιν
κέντρῳ μὲν τῷ B
διαστήματι δὲ τῷ BA
κύκλος γεγράφθω
ὁ ΑΓΕ,
καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνου-
σιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι,
ἐπὶ τὰ A, B σημεία
ἐπεζεύχθωσαν
εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ ΓΔΒ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ AB·
πάλιν,
ἐπεὶ τὸ B σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ
ΓΑΕ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆ ΒΑ.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῆ AB ἴση·
ἐκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῆ AB ἐστὶν
ἴση.
τὰ δὲ τῶ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῆ ΓΒ ἐστὶν ἴση·
αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ

O halde gereklidir
AB doğrusuna
eşkenar üçgen
inşa etmek.

A merkezine,
AB uzaklığında olan
daire çizilmiş olsun,
BΓΔ,
ve yine
B merkezine,
BA uzaklığında olan
daire çizilmiş olsun,
ΑΓΕ,
ve dairelerin kesiştiği Γ noktasından

A, B noktalarına
birleştirilmiş olsun
ΓΑ, ΓΒ doğruları.

Ve A noktası ΓΔΒ dairesinin merkezi
olduğundan,
ΑΓ, ΑΒ'ya eşittir.

Yine
B noktası ΓΑΕ dairesinin merkezi ol-
duğundan,
ΒΓ, ΒΑ'ya eşittir.

Ve ΓΑ'nın ΑΒ'ya eşit olduğu gösteril-
mişti.

Böylece ΓΑ ile ΓΒ'nın her biri ΑΒ'ya
eşittir.

Ama aynı şeye eşitler
birbirine de eşittir.

Böylece ΓΑ da, ΓΒ'ya eşittir.

Böylece o üç doğru, ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ,

ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

birbirine eşittir.

ἴσόπλευρον ἄρα
ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον.

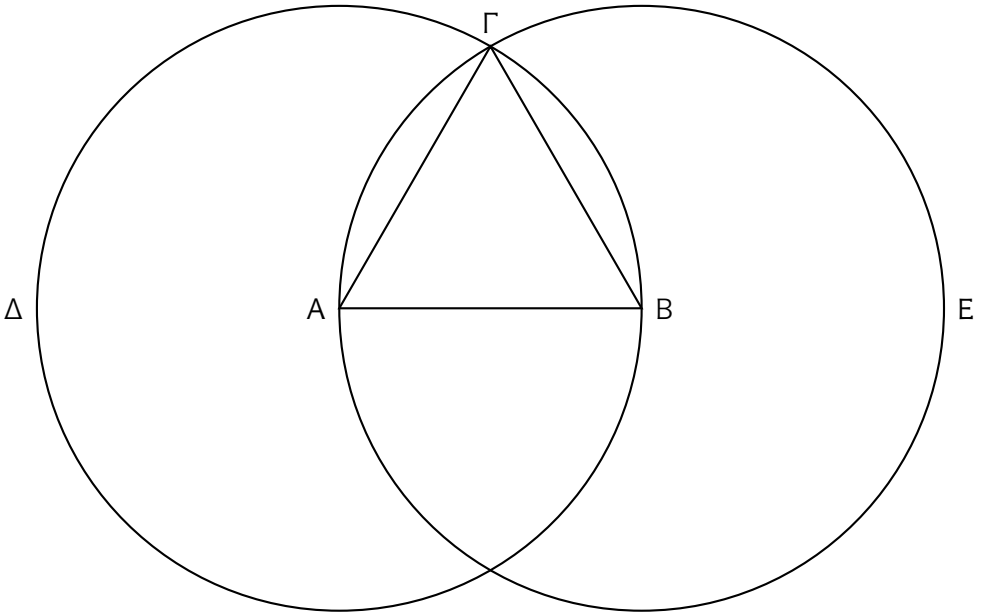
Böylece eşkenardır
 $AB\Gamma$ üçgeni.

καὶ συνέσταται
ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης
τῆς AB .

Ve inşa edilmiştir
verilmiş sınırlanmış AB doğrusuna;

ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

yapılması gereken tam buydu.



2. Önerme

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ
τῆ δοθείση εὐθείᾳ ἴσην
εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐστω

τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α,
ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ.

δεῖ δὴ

πρὸς τῷ Α σημείῳ
τῆ δοθείση εὐθείᾳ τῆ ΒΓ ἴσην
εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεξεύχθω γὰρ

ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ Β σημεῖον
εὐθεῖα ἡ ΑΒ,

καὶ συνεστάτω

ἐπ' αὐτῆς

τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ,

καὶ ἐκβεβλήσθωσαν

ἐπ' εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ

εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ,

καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β

διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ

κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ,

καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ

καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ

κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ ΓΗΘ,

ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆ ΒΗ.

Verilmiş noktaya
verilmiş doğruya eşit olan
doğru yerleştirmek.

Olsun

verilmiş nokta Α,
verilmiş doğru da ΒΓ.

O halde gereklidir

Α noktasına,
verilmiş ΒΓ doğrusuna eşit olan
bir doğru yerleştirmek.

Zira birleştirilmiş olsun

Α noktasından Β noktasına

ΑΒ doğrusu,

ve inşa edilmiş olsun

bu [doğru] üzerine

eşkenar üçgen ΔΑΒ,

ve uzatılmış olsun

ΔΑ ile ΔΒ doğrularından

ΑΕ ile ΒΖ doğruları,

ve Β merkezine

ΒΓ uzaklığında

ΓΗΘ dairesi çizilmiş olsun,

ve yine Δ merkezine

ve ΔΗ uzaklığında

ΗΚΛ dairesi çizilmiş olsun.

Dolayısıyla Β noktası ΓΗΘ dairesinin
merkezi olduğundan,

ΒΓ, ΒΗ'ya eşittir.

πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\text{HK}\Lambda$ κύκλου,
 ἴση ἐστὶν ἡ $\Delta\Lambda$ τῇ ΔH ,
 ὧν ἡ ΔA τῇ ΔB ἴση ἐστίν.
 λοιπὴ ἄρα ἡ $\text{A}\Lambda$
 λοιπῇ τῇ BH ἐστὶν ἴση.
 ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $\text{B}\Gamma$ τῇ BH ἴση·

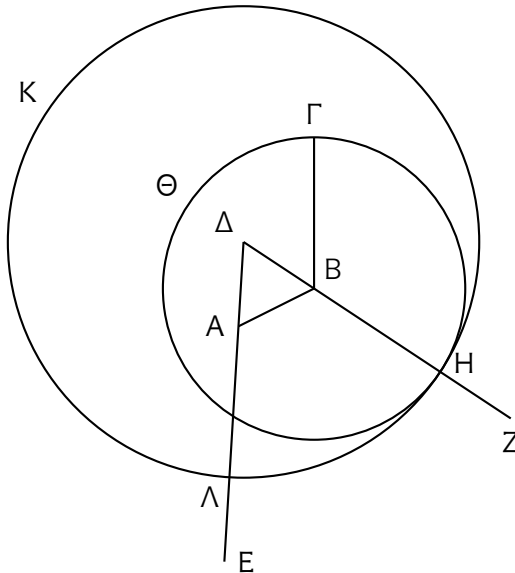
ἐκατέρα ἄρα τῶν $\text{A}\Lambda$, $\text{B}\Gamma$ τῇ BH ἐστὶν ἴση.
 τὰ δὲ τῶν αὐτῶν ἴσα
 καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
 καὶ ἡ $\text{A}\Lambda$ ἄρα τῇ $\text{B}\Gamma$ ἐστὶν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῶν δοθέντι σημείῳ τῶν A
 τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $\text{B}\Gamma$ ἴση
 εὐθεῖα κεῖται ἡ $\text{A}\Lambda$.
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Yine, Δ noktası $\text{HK}\Lambda$ dairesinin merkezi olduğundan,
 $\Delta\Lambda$, ΔH 'ya eşittir,
 ve bunlardan ΔA , ΔB 'ya eşittir.
 Böylece $\text{A}\Lambda$ kalanı,
 BH kalanına eşittir.
 Ve $\text{B}\Gamma$ 'nın BH 'ya eşit olduğu gösterilmişti.

Böylece $\text{A}\Lambda$ ile $\text{B}\Gamma$ 'nın her biri BH 'ya eşittir.
 Ama aynı şeye eşitler birbirine de eşittir.
 Ve böylece $\text{A}\Lambda$ da, $\text{B}\Gamma$ 'ya eşittir.

Böylece verilmiş A noktasına verilmiş $\text{B}\Gamma$ doğrusuna eşit olan $\text{A}\Lambda$ doğrusu oturuyor; yapılması gereken tam buydu.



3. Önerme

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων
ἀπὸ τῆς μείζονος
τῆ ἑλάσσονι ἴσην
εὐθεΐαν ἀφελεῖν.

Ἐστῶσαν
αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεΐαι ἄνισοι
αἱ AB, Γ,
ῶν μείζων ἔστω ἡ AB·

δεῖ δὴ
ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB
τῆ ἑλάσσονι τῆ Γ ἴσην
εὐθεΐαν ἀφελεῖν.

Κεῖσθω
πρὸς τῷ A σημείῳ
τῆ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ AD·
καὶ κέντρῳ μὲν τῷ A
διαστήματι δὲ τῷ AD
κύκλος γεγράφθω ὁ ΔEZ.

καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔEZ κύκλου,

ἴση ἐστὶν ἡ AE τῆ AD·
ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῆ AD ἐστὶν ἴση.
ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, Γ
τῆ AD ἐστὶν ἴση·
ὥστε καὶ ἡ AE τῆ Γ ἐστὶν ἴση.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων

İki eşit olmayan doğru verince
daha büyükten
daha küçüğe eşit olan
bir doğru ayırmak.

Olsun
verilmiş iki eşit olmayan doğru
AB ile Γ,
ve daha büyüğü AB olsun.

O halde gereklidir
daha büyük olan AB'dan
daha küçük olan Γ'ya eşit olan
bir doğru ayırmak.

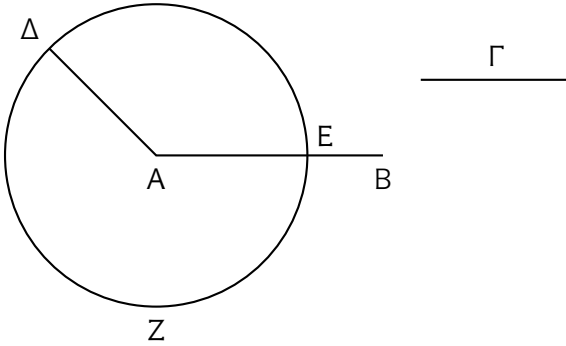
Otursun
A noktasına
Γ doğrusuna eşit olan AD.
Ve A merkezine
AD uzaklığında olan
ΔEZ dairesi çizilmiş olsun.

Ve A noktası,
ΔEZ dairesinin merkezi olduğundan,
AE, AD'ya eşittir.
Ama Γ da, AD'ya eşittir.
Böylece AE ile Γ'nın her biri
AD'ya eşittir.
Öyleyse AE da, Γ'ya eşittir.

Böylece iki eşit olmayan AB ile Γ doğ-

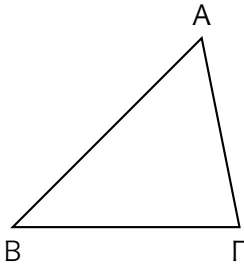
τῶν AB, Γ
 ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB
 τῆ ἐλάσσονι τῆ Γ ἴση
 ἀφήρηται ἡ AE·
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

rusu verilince
 daha büyük olan AB'dan
 daha küçük olan Γ'ya eşit olan
 AE ayrılır;
 yapılması gereken tam buydu.

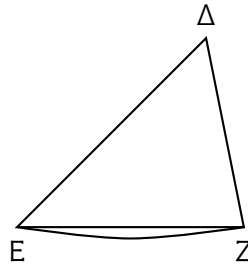


4. Önerme

Ἐάν δύο τρίγωνα
 τὰς δύο πλευρὰς
 [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη
 ἑκατέραν ἑκατέρα
 καὶ τὴν γωνίαν
 τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχη
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην,
 καὶ τὴν βάσιν
 τῇ βάσει ἴσην ἔξει,
 καὶ τὸ τρίγωνον
 τῶν τριγώνων ἴσον ἔσται,
 καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
 ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
 ἑκατέρα ἑκατέρα,
 ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ
 ὑποτείνουσιν.



Eğer iki üçgende
 iki kenar
 iki kenara eşit olursa,
 her biri birine,
 ve açısı,
 açısına eşit olursa,
 [yani,] eşit doğrular tarafından
 içerilen,
 taban da
 tabana eşit olacak,
 üçgen de
 üçgene eşit olacak,
 ve kalan açılar da
 kalan açılara eşit olacak,
 her biri birine,
 [yani,] eşit kenarlar tarafından
 raptedilenler¹⁴.



Ἐστω
 δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ
 τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB, AΓ
 ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔE, ΔZ

Olsun
 iki üçgen ABΓ ile ΔEZ,
 iki AB ile AΓ kenarı
 iki ΔE ile ΔZ kenarına

¹⁴Veya eşit kenarlar tarafından görülenler.

ἴσας ἔχοντα
 ἐκατέραν ἐκατέρᾳ
 τὴν μὲν AB τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ
 καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην.

λέγω, ὅτι
 καὶ βάσις ἡ ΒΓ
 βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν,
 καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
 καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
 ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
 ἐκατέρα ἐκατέρᾳ,
 ὕψ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ
 ὑποτείνουσιν,
 ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ,
 ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ
 τοῦ ΑΒΓ τριγώνου
 ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον
 καὶ τιθεμένου
 τοῦ μὲν Α σημείου
 ἐπὶ τὸ Δ σημείου
 τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας
 ἐπὶ τὴν ΔΕ,
 ἐφαρμόσει καὶ
 τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε
 διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ·
 ἐφαρμοσάσης δὲ
 τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ
 ἐφαρμόσει καὶ
 ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ

eşit olan
 her biri birine,
 AB, ΔΕ'a ve ΑΓ, ΔΖ'ya,
 ve ΒΑΓ [tarafından içerilen] açısı
 ΕΔΖ açısına eşit [olan].

Diyorum¹⁵ ki,
 ΒΓ tabanında,
 ΕΖ tabanına eşittir,
 ΑΒΓ üçgeni de
 ΔΕΖ üçgenine eşit olacak,
 ve kalan açılar da
 kalan açılara eşit olacak,
 her biri birine,
 eşit kenarlar tarafından
 raptedilenler:
 ΑΒΓ, ΔΕΖ'ya,
 ve ΑΓΒ, ΔΖΕ'a.

Zira uygulanınca
 ΑΒΓ üçgeni,
 ΔΕΖ üçgeninin üstüne,
 ve yerleştirilince
 Α noktası,
 Δ noktasına,
 ve ΑΒ doğrusu,
 ΔΕ'a,
 uygulayacak da
 Β noktası da Ε'a,
 çünkü ΑΒ, ΔΕ'a eşittir.
 O halde uygulandı olunca
 ΑΒ, ΔΕ'a,
 uygulayacak da
 ΑΓ doğrusu, ΔΖ'ya,

¹⁵Veya *İddia ediyorum*.

διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν
τῆ ὑπὸ ΕΔΖ·

ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον
ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει
διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῆ ΔΖ.
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β
ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει·
ὥστε βάσις ἡ ΒΓ
ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει.
εἰ γὰρ
τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος
τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ
ἡ ΒΓ βάσις
ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει,
δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν·
ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον.
ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις
ἐπὶ τὴν ΕΖ
καὶ ἴση αὐτῆ ἔσται·
ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον
ἐφαρμόσει
καὶ ἴσον αὐτῶ ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαί
ἐπὶ τὰς λοιπάς γωνίας
ἐφαρμόσουσι
καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται,
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῆ ὑπὸ ΔΕΖ
ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῆ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
τὰς δύο πλευρὰς
[ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχη
ἐκατέραν ἐκατέρᾳ
καὶ τὴν γωνίαν

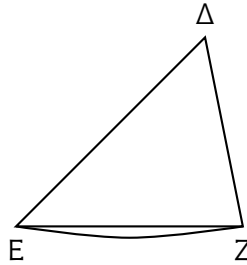
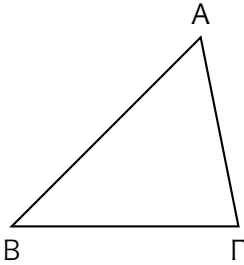
çünkü ΒΑΓ açısı, ΕΔΖ'ya eşittir.

Öyleyse Γ noktası da
Z noktasına uygulayacak,
yine çünkü ΑΓ, ΔΖ'ya eşittir.
Ama tabii ki Β da,
Ε'ya uygulamıştır;
öyleyse ΒΓ tabanı,
ΕΖ tabanına uygulayacak.
Zira eğer,
Β, Ε'ya uygulayınca,
ve Γ, Ζ'ya,
ΒΓ tabanı
ΕΖ tabanına uygulamayacaksa,
iki doğru bir alan içerecek,
ki bu imkânsızdır.
Böylece uygulayacak ΒΓ tabanı,
ΕΖ tabanına
ve ona eşit olacak.
Dolayısıyla bütün ΑΒΓ üçgeni de,
bütün ΔΕΖ üçgenine
uygulayacak,
ve ona eşit olacak,
ve kalan açılar
kalan açılara
uygulayacak,
ve onlara eşit olacak:
ΑΒΓ, ΔΕΖ'ya
ve ΑΓΒ, ΔΖΕ'a.

Böylece, eğer iki üçgende
iki kenar
iki kenara eşit olursa
(her biri birine)
ve aç

τῆ γωνία ἴσην ἔχη
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην,
 καὶ τὴν βάσιν
 τῆ βάσει ἴσην ἔξει,
 καὶ τὸ τρίγωνον
 τῶ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
 καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
 ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
 ἑκάτερα ἑκάτερα,
 ὕφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ
 ὑποτείνουσιν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

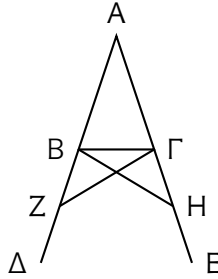
açiya eşit olursa
 [yani,] eşit doğrular tarafından
 içerilen,
 taban da
 tabana eşit olacak,
 üçgen de
 üçgene eşit olacak,
 ve kalan açılar da
 kalan açılara eşit olacak,
 her biri birine,
 [yani] eşit kenarlar tarafından
 raptedilenler;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



5. Önerme

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγῶνων
αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ
προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν
αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

İkizkenar üçgenlerde,
tabandaki açılar
birbirine eşittir, ve,
eşit doğrular uzatıldığında,
tabanın altında kalan açılar
birbirine eşit olacak.



Ἐστω
τρίγωνον ἰσοσκελές τὸ ABΓ
ἴσην ἔχον τὴν AB πλευρὰν τῇ AΓ
πλευρᾷ,
καὶ προσεκβεβλήσθωσαν
ἐπ' εὐθείας ταῖς AB, AΓ
εὐθεῖαι αἱ BΔ, ΓΕ·

λέγω, ὅτι
ἡ μὲν ὑπὸ ABΓ γωνία
τῇ ὑπὸ AΓB ἴση ἐστίν,
ἡ δὲ ὑπὸ ΓBΔ τῇ ὑπὸ BΓΕ.

Εἰλήφθω γάρ
ἐπὶ τῆς BΔ
τυχρὸν σημεῖον τὸ Z,
καὶ ἀφηρήσθω

Olsun
ikizkenar üçgen ABΓ,
AB kenarı AΓ kenarına eşit olan,
ve uzatılmış olsun
AB ve AΓ doğrularından
BΔ ve ΓΕ doğruları.

Diyorum ki
ABΓ açısı,
AΓB'ya eşittir
ve ΓBΔ, BΓE'a eşittir

Zira alınmış olsun
BΔ üzerinde
rastgele bir Z noktası,
ve ayrılmış olsun

ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AE
τῆ ἑλάσσονι τῆ AZ ἴση ἢ AH,
καὶ ἐπεξεύχθωσαν
αὶ ZΓ, HB εὐθεΐαι.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἢ μὲν AZ τῆ AH
ἢ δὲ AB τῆ AΓ,
δύο δὴ αὶ ZA, AΓ
δυοὶ ταῖς HA, AB ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ·
καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι
τὴν ὑπὸ ZAH·
βάσις ἄρα ἢ ZΓ βάσει
τῆ HB ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ AZΓ τρίγωνον
τῷ AHB τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αὶ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ,
ὅψ' ἄς αὶ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν,
ἢ μὲν ὑπὸ AΓZ τῆ ὑπὸ ABH,
ἢ δὲ ὑπὸ AZΓ τῆ ὑπὸ AHB.
καὶ ἐπεὶ ὅλη ἢ AZ
ὅλη τῆ AH ἐστὶν ἴση,
ὦν ἢ AB
τῆ AΓ ἐστὶν ἴση,
λοιπὴ ἄρα ἢ BZ
λοιπῆ τῆ ΓH ἐστὶν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἢ ZΓ
τῆ HB ἴση·
δύο δὴ αὶ BZ, ZΓ
δυοὶ ταῖς ΓH, HB ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἢ ὑπὸ BZΓ

büyük olan AE'dan
küçük olan AZ'ya eşit olan AH,
ve birleştirilmiş olsun
ZΓ ve HB doğruları.

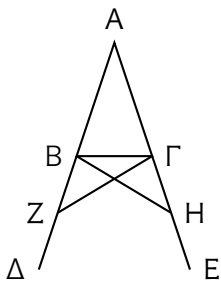
Dolayısıyla eşit olduğundan
AZ, AH'ya
ve AB, AΓ'ya,
o halde ZA, AΓ ikilisi
HA, AB ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve ortak bir açıyı sınırlandırır,
(yani) ZAH'yi;
böylece ZΓ tabanı
HB tabanına eşittir,
ve AZΓ üçgeni
AHB üçgenine eşit olacak,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacak,
her biri birine,
(yani) eşit kenarları raptedenler;
AΓZ, ABH'ya,
ve AZΓ, AHB'ya.
Ve bütün AZ
bütün AH'ya eşit olduğundan,
ve bunların [parçalarından] AB
AΓ'ya eşit olduğundan,
böylece BZ kalanı
ΓH kalanına eşittir.
Ve gösterilmişti ZΓ'nın
HB'ya eşit olduğu.
O halde BZ ve ZΓ ikilisi
ΓH ve HB ikilisine eşittir,
her biri birine,
ve BZΓ açısı,

γωνία τη ὑπὸ ΓΗΒ ἴση,
καὶ βάσεις αὐτῶν κοινή ἢ ΒΓ·
καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον
τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ,
ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα ἐστὶν
ἢ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ
ἢ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ.
ἐπεὶ οὖν ὅλη ἢ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία
ὅλη τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ
ἐδείχθη ἴση,
ὧν ἢ ὑπὸ ΓΒΗ
τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση,
λοιπὴ ἄρα ἢ ὑπὸ ΑΒΓ
λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση·
καὶ εἰσι πρὸς τῇ βάσει
τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἢ ὑπὸ ΖΒΓ
τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση·
καὶ εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων
αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ
προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν
αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΓΗΒ açısına eşittir,
ve onların ortak tabanı ΒΓ'dır;
Böylece ΒΖΓ üçgeni de
ΓΗΒ üçgenine eşit olacak,
ve kalan açılar
kalan açılarna eşit olacak,
her biri birine,
aynı kenarları raptedenler.
Böylece eşittir
ΖΒΓ, ΗΓΒ'ya,
ve ΒΓΖ, ΓΒΗ'ya.
Dolayısıyla bütün ΑΒΗ açısının
bütün ΑΓΖ açısına
eşit olduğu gösterilmiş olduğundan
ve bunların [parçalarından] ΓΒΗ,
ΒΓΖ'ya eşit olduğundan,
böylece kalan ΑΒΓ,
kalan ΑΓΒ'ya eşittir;
ve bunlar tabanıdadır
ΑΒΓ üçgeninin.
Ve gösterilmişti ΖΒΓ'nın
ΗΓΒ'ya eşit olduğu;
ve bunlar tabanın altındadır.

Böylece ikizkenar üçgenlerde,
tabandaki açılar
birbirine eşittir, ve,
eşit doğrular uzatıldığında,
tabanın altında kalan açılar
birbirine eşit olacak;
gösterilmesi gereken tam buydu.



6. Önerme

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ᾦσιν,
καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας
ὑποτείνουσαι πλευραὶ
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἐστω
τρίγωνον τὸ ΑΒΓ
ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν
τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ·

λέγω, ὅτι
καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ
πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἔστιν ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ,
ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων ἡ ΑΒ,
καὶ ἀφηρήσθω
ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ
τῇ ἐλάττονι τῇ ΑΓ ἴση
ἡ ΔΒ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ
κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ,
δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ
δύο ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ,
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἔστιν ἴση·

Eğer bir üçgenin iki açısı
birbirine eşit ise,
eşit açuları
rapteden kenarlar da
birbirine eşit olacaktır.

Olsun
üçgen ΑΒΓ,
ΑΒΓ açısı eşit olan
ΑΓΒ açısına.

Diyorum ki
ΑΒ kenarı da
ΑΓ kenarına eşittir.

Zira eğer ΑΒ, ΑΓ'ya eşit değilse,
biri daha büyüktür.
ΑΒ daha büyük olsun,
ve ayrılmış olsun
daha büyük olan ΑΒ'dan
daha küçük olan ΑΓ'ya eşit olan
ΔΒ,
ve ΔΓ birleştirilmiş olsun.

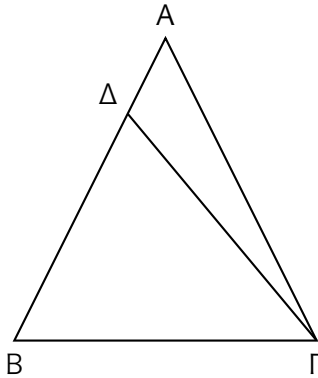
Dolayısıyla ΔΒ, ΑΓ'ya eşit olduğun-
dan,
ve ΒΓ ortak olduğundan,
o halde ΔΒ, ΒΓ ikilisi
ΑΓ, ΒΓ ikilisine eşittir
her biri birine,
ve ΔΒΓ açısı
ΑΓΒ açısına eşittir;

βάσις ἄρα ἡ $\Delta\Gamma$
 βάσει τῆ AB ἴση ἐστίν,
 καὶ τὸ $\Delta B\Gamma$ τρίγωνον
 τῷ $A\Gamma B$ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
 τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι·
 ὅπερ ἄτοπον·
 οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 ἡ AB τῆ $A\Gamma$ ·
 ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι
 ἴσαι ἀλλήλαις ᾦσιν,
 καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας
 ὑποτείνουσαι πλευραὶ
 ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

böylece $\Delta\Gamma$ tabanı
 AB tabanına eşittir,
 ve $\Delta B\Gamma$ üçgeni
 $A\Gamma B$ üçgenine eşit olacak,
 daha küçük daha büyüğe;
 ki bu saçmadır;
 böylece eşit değil değildir
 AB , $A\Gamma$ 'ya;
 böylece eşittir.

Böylece eğer bir üçgenin iki açısı
 birbirine eşit ise,
 eşit açılı
 rapteden kenarlar da
 birbirine eşit olacaklar;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



7. Önerme

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας
 δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
 ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι
 ἑκατέρα ἑκατέρᾳ
 οὐ συσταθήσονται
 πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι
 ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν,
 ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB
 δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΒΒ
 ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΒΒ ἴσαι
 ἑκατέρα ἑκατέρᾳ
 συνεστάτωσαν
 πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ
 τῷ τε Γ καὶ Δ
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι,
 ὥστε ἴσην εἶναι
 τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΔΑ
 τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ
 τὸ Α,
 τὴν δὲ ΒΒ τῇ ΒΒ
 τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ
 τὸ Β,
 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
 ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ,

Aynı doğru üzerinde,
 aynı iki doğruya
 eşit olan başka iki doğru,
 her biri birine,
 inşa edilmeyecek
 bir ve başka bir noktaya,
 aynı tarafta,
 aynı sınırları olan
 başlangıçtaki doğrularla.¹⁶

Zira eğer mümkünse,
 aynı AB doğrusu üzerinde
 verilmiş iki ΑΓ, ΒΒ doğrusuna
 eşit başka iki ΑΔ, ΒΒ doğrusu
 her biri birine
 inşa edilmiş olsun
 bir ve başka bir noktaya,
 hem Γ'ya hem Δ'ya,
 aynı tarafta,
 aynı sınırları olan,
 öyle ki eşit olsun
 hem ΓΑ, ΔΑ'ya,
 kendisiyle aynı sınıra sahip olan,
 [yani] Α;
 hem de ΒΒ, ΒΒ'ya,
 kendisiyle aynı sınıra sahip olan,
 [yani] Β,
 ve ΓΔ birleştirilmiş olsun.

Dolayısıyla eşit olduğundan
 ΑΓ, ΑΔ'ya,

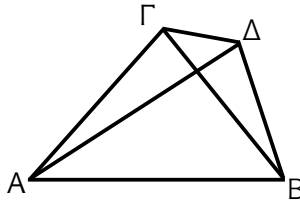
¹⁶Heath [5, I.259], 21. önermeyle karşılaştırmamızı önerir.

ἴση ἐστὶ
καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΑΓΔ τῆ ὑπὸ ΑΔΓ·
μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ ΑΔΓ
τῆς ὑπὸ ΔΓΒ·
πολλῶ ἄρα ἢ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ ΔΓΒ.
πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ΓΒ τῆ ΔΒ,
ἴση ἐστὶ
καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΓΔΒ
γωνία τῆ ὑπὸ ΔΓΒ.
ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶ μείζων·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα
ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας
δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ
συσταθήσονται
πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι
ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

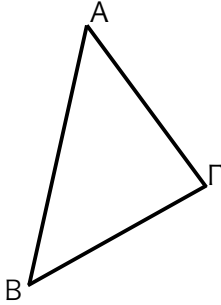
eşittir
ΑΓΔ açısı da, ΑΔΓ'ya;
böylece ΑΔΓ büyüktür
ΔΓΒ'dan;
böylece ΓΔΒ çok daha büyüktür
ΔΓΒ'dan.
Yine ΓΒ, ΔΒ'ya eşit olduğundan,
eşittir
ΓΔΒ açısı da,
ΔΓΒ açısına.
Ve ondan çok daha büyük olduğu gös-
terilmişti;
ki bu imkânsızdır.

Böylece olmaz:
aynı doğru üzerinde,
iki verilmiş doğruya,
eşit iki başka doğru,
her biri birine,
inşa edilmeyecek
bir ve başka bir noktaya,
aynı tarafta,
aynı sınırları olan
başlangıçtaki doğrularla;
gösterilmesi gereken tam buydu.

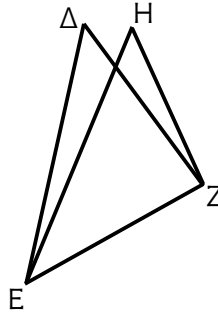


8. Önerme

Ἐάν δύο τρίγωνα
 τὰς δύο πλευρὰς
 [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχη
 ἑκατέραν ἑκατέρω,
 ἔχη δὲ καὶ τὴν βάσιν τῆ βάσει ἴσην,
 καὶ τὴν γωνίαν τῆ γωνία ἴσην ἔξει
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην.



Eğer iki üçgende
 iki kenar
 iki kenara eşit ise,
 her biri birine,
 ve taban tabana eşit ise,
 açı da açıya eşit olacak,
 eşit doğrularca
 içerilen.



Ἐστω
 δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ
 τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB, AΓ
 ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔE, ΔZ
 ἴσας ἔχοντα
 ἑκατέραν ἑκατέρω,
 τὴν μὲν AB τῆ ΔE
 τὴν δὲ AΓ τῆ ΔZ·
 ἔχέτω δὲ
 καὶ βάσιν τὴν BΓ βάσει τῆ EZ ἴσην·

λέγω, ὅτι
 καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BAΓ

Olsun
 iki üçgen ABΓ ve ΔEZ,
 iki AB ile AΓ kenarı
 iki ΔE ile ΔZ kenarına
 eşit olan
 her biri birine,
 AB, ΔE'a,
 AΓ da, ΔZ'ya;
 olsun
 bir de BΓ tabanı EZ tabanına eşit.

Diyorum ki
 bir de BAΓ açısı da

γωνία τῆ ὑπὸ ΕΔΖ ἔστιν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γάρ
τοῦ ΑΒΓ τριγώνου
ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον
καὶ τιθεμένου
τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον
τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ
ἐφαρμόσει καὶ
τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῆ ΕΖ·
ἐφαρμοσάσης δὴ
τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ
ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΓΑ
ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ.
εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ ΒΓ
ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει,
αἱ δὲ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ
ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ οὐκ ἐφαρμόσουσιν
ἀλλὰ παραλλάξουσιν
ὡς αἱ ΕΗ, ΗΖ,
συσταθήσονται
ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας
δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ
πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι.
οὐ συνίστανται δέ·
οὐκ ἄρα
ἐφαρμοζομένης τῆς ΒΓ βάσεως
ἐπὶ τὴν ΕΖ βάσιν
οὐκ ἐφαρμόσουσι
καὶ αἱ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ

ΕΔΖ ἀσῖνα εἰσῖτῖρ.

Zira uygulanınca
ΑΒΓ üçgeni
ΔΕΖ üçgene,
ve yerleştirilince
B noktası, E noktasına,
ve ΒΓ doğrusu, ΕΖ'ya,
uygulayacak da
Γ noktası, Ζ'ya,
çünkü ΒΓ, ΕΖ'ya eşittir.
Uygulayınca, o halde,
ΒΓ, ΕΖ'ya,
bir de ΒΑ ve ΓΑ, uygulayacak
ΕΔ ve ΔΖ'ya.
Zira eğer ΒΓ tabanı,
ΕΖ tabanına uygularsa,
ve ΒΑ ve ΑΓ kenarları
ΕΔ ve ΔΖ'ya uygulamazsa,
ama sapsarsa,
ΕΗ ve ΗΖ olarak,
inşa edilecek
aynı doğru üzerinde,
aynı iki doğruya
eşit olan başka iki doğru,
her biri birine,
bir ve başka bir noktaya
aynı tarafta
aynı sınırları olan.
Ama inşa edilmez;
böylece olmaz:
ΒΓ tabanı uygulayınca
ΕΖ tabanına,
uygulamayacak
ΒΑ ve ΑΓ kenarları da,

ἐπὶ τὰς $E\Delta$, ΔZ .

ἐφαρμόσουσιν ἄρα·

ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$

ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $E\Delta Z$

ἐφαρμόσει

καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα

τὰς δύο πλευρὰς

[ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχη

ἐκατέραν ἐκατέρῳ,

ἔχη δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην,

καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔξει

τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν

περιεχομένην·

ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

$E\Delta$ ve ΔZ 'ya.

Böylece uygulayacaklar.

Öyleyse $BA\Gamma$ açısı da

$E\Delta Z$ açısına

uygulayacak

ve ona eşit olacak.

Eğer, böylece, iki üçgende

iki kenar

iki kenara eşit ise

her biri birine,

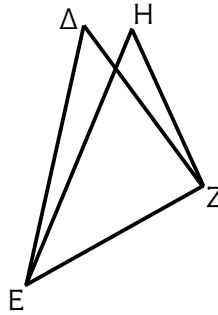
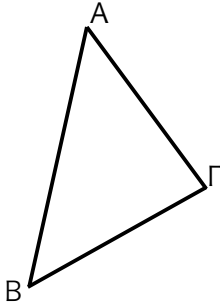
ve taban tabana eşit ise,

açı da açiya eşit olacak,

eşit doğrularca

içerilen;

gösterilmesi gereken tam buydu.



9. Önerme

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον
δίχα τεμεῖν.

Ἔστω

ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

δεῖ δὴ

αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω

ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ,

καὶ ἀφηρήσθω

ἀπὸ τῆς ΑΓ

τῆ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ,

καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ,

καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ

τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ,

καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ·

λέγω, ὅτι

ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέμνεται

ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας.

Ἐπεὶ γὰρ

ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆ ΑΕ,

κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ,

δύο δὲ αἱ ΔΑ, ΑΖ

δυοῖ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν

ἐκατέρα ἐκατέρᾳ.

καὶ βάσις ἡ ΔΖ

βάσει τῆ ΕΖ ἴση ἐστὶν·

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ

Verilmiş düzkenar açığı
ikiye bölmek.

Olsun

verilmiş düzkenar açığı
ΒΑΓ.

O halde gereklidir

onun ikiye bölünmesi.

alınmış olsun

ΑΒ üzerinde rastgele bir Δ noktası,

ve ayrılmış olsun

ΑΓ doğrusundan

ΑΔ'ya eşit olan ΑΕ,

ve ΔΕ birleştirilmiş olsun,

ve inşa edilmiş olsun ΔΕ üzerinde

bir ΔΕΖ eşkenar üçgeni,

ve ΑΖ birleştirilmiş olsun.

Diyorum ki

ΒΑΓ açısı ikiye bölünmüş oldu

ΑΖ doğrusu tarafından.

Zira olduğundan

ΑΔ ΑΕ'ya eşit,

ve ΑΖ ortak,

o halde ΔΑ, ΑΖ ikilisi

ΕΑ, ΑΖ ikilisine eşittir

her biri birine,

ve ΔΖ tabanı

ΕΖ tabanına eşittir;

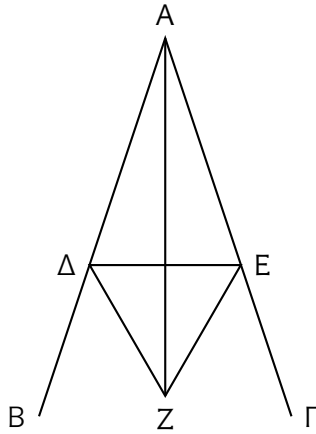
böylece ΔΑΖ açısı

γωνία τῆ ὑπὸ EAZ ἴση ἐστίν.

EAZ açısına eşittir.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἢ ὑπὸ BAZ
δίχα τέτμηται
ὑπὸ τῆς AZ εὐθείας·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Böylece verilmiş düzkenar açı
BAZ
ikiye bölünmüş oldu
AZ doğrusunca;
yapılması gereken tam buydu.



10. Önerme

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην
δίχα τεμεῖν.

Ἔστω

ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη
ἡ AB .

δεῖ δὴ

τὴν AB εὐθεῖαν πεπερασμένην
δίχα τεμεῖν.

Συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς

τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ $AB\Gamma$,
καὶ τετμήσθω
ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ γωνία δίχα
τῇ $\Gamma\Delta$ εὐθείᾳ.

λέγω, ὅτι

ἡ AB εὐθεῖα δίχα τέτμηται
κατὰ τὸ Δ σημεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ

ἴση ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ ΓB ,

κοινὴ δὲ ἡ $\Gamma\Delta$,

δύο δὴ αἱ $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$

δύο ταῖς $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ ἴσαι εἰσὶν

ἑκατέρα ἑκατέρᾳ.

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $A\Gamma\Delta$

γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ ἴση ἐστίν.

βάσις ἄρα ἡ $A\Delta$

βάσει τῇ $B\Delta$ ἴση ἐστίν.

Verilmiş sınırlı doğruyu
ikiye bölmek.

Olsun

verilmiş sınırlı doğru
 AB .

O halde gereklidir

AB sınırlı doğrusunu
ikiye bölmek.

İnşa edilmiş olsun üzerinde

$AB\Gamma$ eşkenar üçgeni,
ve bölünmüş olsun
 $A\Gamma B$ açısı ikiye
 $\Gamma\Delta$ doğrusunca.

Diyorum ki

AB doğrusu ikiye bölünmüş oldu
 Δ noktasında.

Zira olduğundan

$A\Gamma$ AB kenarına eşit,

ve $\Gamma\Delta$ ortak,

o halde $A\Gamma$ ve $\Gamma\Delta$ ikilisi

$B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ ikilisine eşittir,

her biri birine,

ve $A\Gamma\Delta$ açısı

$B\Gamma\Delta$ açısına eşittir;

böylece $A\Delta$ tabanı

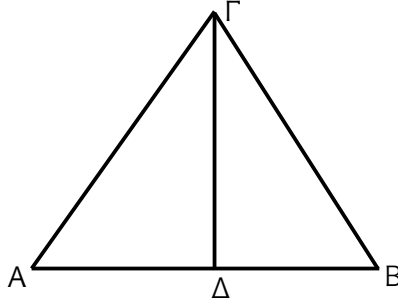
$B\Delta$ tabanına eşittir.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη

Böylece verilmiş sınırlı

ή AB
δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ .
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

AB ,
 Δ noktasında ikiye bölünmüş oldu;
yapılması gereken tam buydu.



11. Önerme

Τῆ δοθείση εὐθεία
ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου
πρὸς ὀρθὰς γωνίας
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω
ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB
τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ Γ·

δεῖ δὴ
ἀπὸ τοῦ Γ σημείου
τῆ AB εὐθεία
πρὸς ὀρθὰς γωνίας
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω
ἐπὶ τῆς ΑΓ
τυχὸν σημεῖον τὸ Δ,
καὶ κείσθω
τῆ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ,
καὶ συνεστάτω
ἐπὶ τῆς ΔΕ
τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ·

λέγω, ὅτι
τῆ δοθείση εὐθεία τῆ AB
ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου
τοῦ Γ
πρὸς ὀρθὰς γωνίας
εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ.
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῆ ΓΕ,

Verilmiş bir doğruya
üzerinde verilmiş bir noktadan
dik açılarda
bir doğru ilerletmek.

Olsun
verilmiş doğru AB,
ve üzerinde verilmiş nokta Γ.

O halde gereklidir
Γ noktasından
AB doğrusuna
dik açılarda
bir doğru ilerletmek.

alınmış olsun
ΑΓ'da
rastgele bir Δ noktası
ve otursun
ΓΔ'ya eşit olan ΓΕ,
ve inşa edilmiş olsun
ΔΕ üzerinde
ΖΔΕ eşkenar üçgeni,
ve ΖΓ birleştirilmiş olsun.

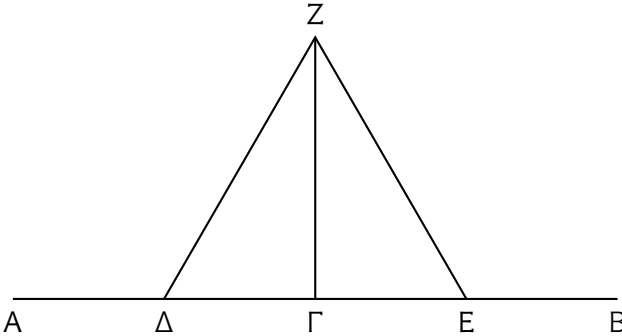
Diyorum ki
verilmiş AB doğrusuna
üzerindeki Γ noktasından
dik açılarda
bir ΖΓ doğrusu ilerletilmiş oldu.
Zira ΔΓ, ΓΕ'a eşit olduğundan,

κοινή δὲ ἡ ΓΖ,
 δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ
 δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
 καὶ βάσις ἡ ΔΖ
 βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν·
 γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν·
 καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς.
 ὅταν δὲ εὐθεῖα
 ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
 τὰς ἐφεξῆς γωνίας
 ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
 ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν·
 ὀρθὴ ἄρα ἐστίν
 ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ.

Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ
 ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου
 τοῦ Γ
 πρὸς ὀρθὰς γωνίας
 εὐθεῖα γραμμὴ ἤκται ἡ ΓΖ·
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ve ΓΖ ortak olduğundan,
 o halde ΔΓ ve ΓΖ ikilisi,
 ΕΓ ve ΓΖ ikilisine eşittir,
 her biri birine;
 ve ΔΖ tabanı
 ΖΕ tabanına eşittir;
 böylece ΔΓΖ açısı
 ΕΓΖ açısına eşittir;
 ve bitişiktir.
 Ne zaman bir doğru,
 bir doğru üzerine dikilmiş,
 bitişik açıları
 birbirine eşit yaparsa,
 eşit açılardan her biri, diktir.
 Böylece diktir
 ΔΓΖ, ΖΓΕ açılarının her biri.

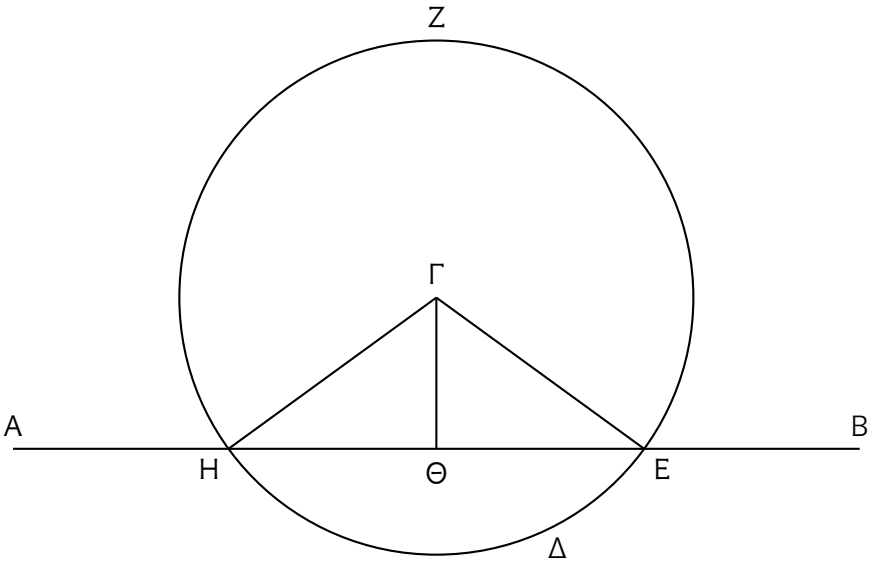
Böylece, verilmiş ΑΒ doğrusuna,
 üzerinde verilmiş Γ noktasında,
 dik açılarda,
 bir ΓΖ doğrusu ilerletilmiş oldu;
 yapılması gereken tam buydu.



12. Önerme

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον
ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου,
ὃ μὴ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς,
κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Verilmiş sınırlanmamış doğruya,
verilmiş bir noktadan,
üzerinde olmayan,
dikey doğru bir çizgi ilerletmek.



Ἐστω
ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος
ἡ AB
τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον,
ὃ μὴ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς,
τὸ Γ·

Olsun
verilmiş sınırlanmamış doğru
AB,
ve verilmiş nokta,
üzerinde olmayan,
Γ·

δεῖ δὴ
ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν
AB

O halde gereklidir
verilmiş sınırlanmamış AB doğrusuna
verilmiş Γ noktasından,

ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ,
ὃ μὴ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς,
κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ
ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς AB εὐθείας
τυχὸν σημεῖον τὸ Δ,
καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ
διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ
κύκλος γεγράφθω ὁ EZH,
καὶ τετμήσθω ἡ EH εὐθεῖα δίχα κατὰ
τὸ Θ,
καὶ ἐπεξεύχθωσαν
αἱ ΓΗ, ΓΘ, ΓΕ εὐθεῖαι·

λέγω, ὅτι
ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν
AB
ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ,
ὃ μὴ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς,
κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ.
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἔστιν ἡ ΗΘ τῆς ΘΕ,
κοινὴ δὲ ἡ ΘΓ,
δύο δὴ αἱ ΗΘ, ΘΓ
δύο ταῖς ΕΘ, ΘΓ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ·
καὶ βάσις ἡ ΓΗ
βάσει τῆς ΓΕ ἔστιν ἴση·
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ
γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΓ ἔστιν ἴση.
καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς.
ὅταν δὲ εὐθεῖα
ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῆ,

üzerinde olmayan,
dikey doğru bir çizgi ilerletmek.

Zira almış olsun
AB doğrusunun diğer tarafında
rastgele bir Δ noktası,
ve Γ merkezinde,
ΓΔ uzaklığında,
bir EZH dairesi çizilmiş olsun,
ve EH doğrusu Θ noktasında ikiye bölünmüş olsun,
ve birleştirilmiş olsun
ΓΗ, ΓΘ, ve ΓΕ doğruları.

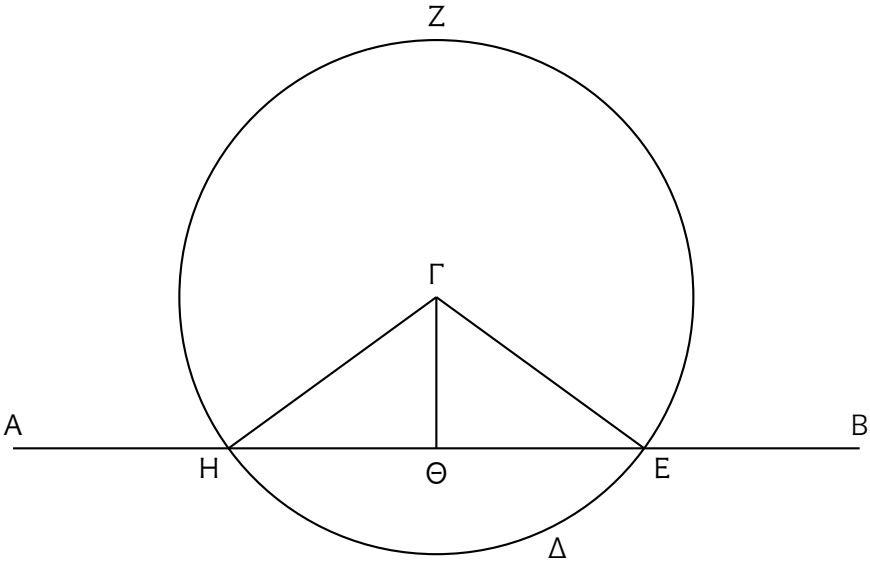
Diyorum ki
verilmiş sınırlanmamış AB doğrusuna,
verilmiş Γ noktasından,
üzerinde olmayan,
dikey ΓΘ ilerletilmiş oldu
Zira ΗΘ, ΘΕ' a eşit olduğundan,
ve ΘΓ ortak olduğundan,
o halde ΗΘ ve ΘΓ ikilisi,
ΕΘ ve ΘΓ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve ΓΗ tabanı
ΓΕ tabanına eşittir;
böylece ΓΘΗ açısı
ΕΘΓ açısına eşittir.
Ve bitişiktir.
Ne zaman bir doğru,
bir doğru üzerinde dikildiğinde,
bitişik açıları
birbirine eşit yaparsa,
eşit açılarının her biri diktir,

ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν,
καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα
κάθετος καλεῖται
ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

ve dikilmiş doğruya
dikey denir
üzerine dikildiği [doğru]ya.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον
τὴν AB
ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ,
ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς,
κάθετος ἤκται ἡ ΓΘ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

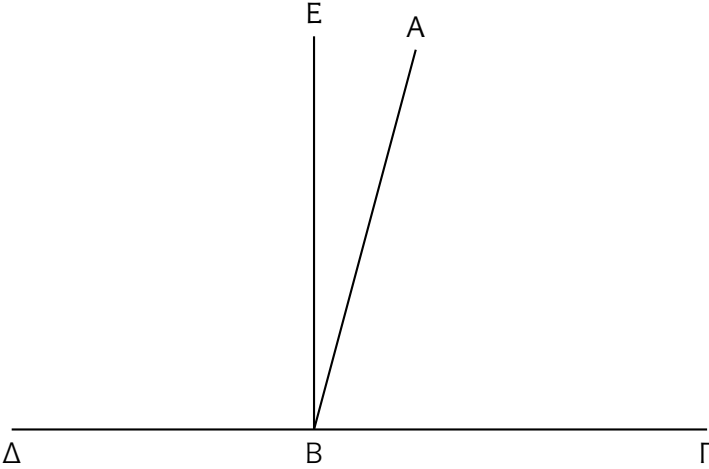
Böylece, verilmiş sınırlanmamış AB
doğruya,
verilmiş Γ noktasından,
üzerinde olmayan,
dikey ΓΘ, iletilmiş oldu;
yapılması gereken tam buydu.



13. Önerme

Ἐάν εὐθεΐα
ἐπ' εὐθεΐαν σταθεῖσα
γωνίας ποιῆ,
ἤτοι δύο ὀρθὰς
ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιήσῃ.

Eğer bir doğru,
bir doğrunun üzerine dikilmiş,
açılar yaparsa,
ya iki dik
ya da iki dik açığa eşit
[onları] yapacak.



Εὐθεΐα γάρ τις ἢ AB
ἐπ' εὐθεΐαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα
γωνίας ποιεῖτω τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ·

Zira bir AB doğrusu,
ΓΔ doğrusunun üzerine dikilmiş,
ΓΒΑ ve ΑΒΔ açılarını oluştursun.

λέγω, ὅτι
αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι
ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν
ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

Diyorum ki
ΓΒΑ ve ΑΒΔ açıları
ya iki dik açıdır
ya da iki dik açığa eşittir.

Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν
ἢ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ,
δύο ὀρθαὶ εἰσιν.

εἰ δὲ οὐ,
ἤχθω
ἀπὸ τοῦ Β σημείου
τῇ ΓΔ [εὐθείᾳ]
πρὸς ὀρθὰς
ἢ ΒΕ·

αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
δύο ὀρθαὶ εἰσιν·
καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ
δυοὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ
ἴση ἐστίν,
κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
τρισιὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΕΒΔ
ἴσαι εἰσίν.
πάλιν,
ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ
δυοὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ
ἴση ἐστίν,
κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ
τρισιὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΑΒΓ
ἴσαι εἰσίν.
ἐδείχθησαν δὲ καὶ
αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
τρισιὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι·
τὰ δὲ τῶ αὐτῶ ἴσα

Dolayısıyla eğer eşitse
ΓΒΑ, ΑΒΔ'ya,
iki dik açıdır.

Eğer değilse,
ilerletilmiş olsun,
B noktasından,
ΓΔ doğrusuna,
dik [açı]larda,
ΒΕ.

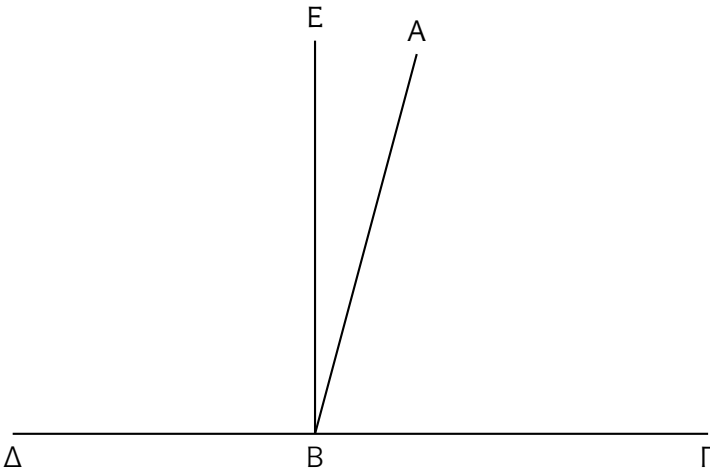
Böylece ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
iki diktir;
ve ΓΒΕ,
ΓΒΑ ve ΑΒΕ ikilisine
eşit olduğundan,
ortak olarak
ΕΒΔ, eklensin.
Böylece ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
ΓΒΑ, ΑΒΕ ve ΕΒΔ üçlüsüne
eşittir.
Yine
ΔΒΑ,
ΔΒΕ ve ΕΒΑ ikilisine
eşit olduğundan,
ortak olarak
ΑΒΓ, eklensin;
böylece ΔΒΑ ve ΑΒΓ,
ΔΒΕ, ΕΒΑ ve ΑΒΓ üçlüsüne
eşittir.
Ve ayrıca gösterilmişti
ΓΒΕ ve ΕΒΔ'nın
aynı üçlüye eşitliği.
Ve aynı şeye eşitler

καὶ ἀλλήλοις ἔστιν ἴσα·
καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ ἄρα
ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν·
ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
δύο ὀρθαὶ εἰσιν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἄρα
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα
ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
γωνίας ποιῇ,
ἤτοι δύο ὀρθὰς
ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιήσῃ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

birbirine de eşittir;
ve, böylece, ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
ΔΒΑ ve ΑΒΓ'ya eşittir;
ama ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
iki diktir;
ve böylece ΔΒΑ ve ΑΒΓ
iki dik açuya eşittir.

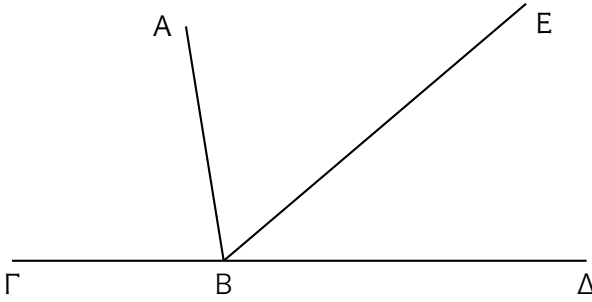
Eğer, böylece, bir doğru,
bir doğrunun üzerine dikilmiş,
açılar yaparsa,
ya iki dik
ya da iki dik açuya eşit
[onları] yapacak;
gösterilmesi gereken tam buydu.



14. Önerme

Ἐάν πρὸς τινὶ εὐθείᾳ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
δύο εὐθεῖαι
μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιῶσιν,
ἐπ' εὐθείας
ἔσονται ἀλλήλαις
αἱ εὐθεῖαι.

Eğer bir doğruya,
ve aynı noktasında,
iki doğru,
aynı tarafında uzanmayan,
bitişik açıları
iki dik açiya eşit
yaparsa,
bir doğruda
birbiriyle olacak
doğrular.



Πρὸς γάρ τινὶ εὐθείᾳ τῇ AB
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B
δύο εὐθεῖαι αἱ BΓ, BΔ
μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ABΓ, ABΔ
δύο ὀρθαῖς ἴσας
ποιεῖτωσαν·

Zira bir AB doğrusuna,
ve B noktasında,
iki BΓ ve BΔ doğruları,
aynı tarafında uzanmayan,
bitişik ABΓ ve ABΔ açıları
iki dik açiya eşit
yapsın.

λέγω, ὅτι
ἐπ' εὐθείας ἔστι
τῇ ΓB ἢ BΔ.

Diyorum ki
bir doğrudadır
ΓB ile BΔ.

Εἰ γὰρ μὴ ἔστι
 τῆ ΒΓ ἐπ' εὐθείας
 ἢ ΒΔ,
 ἔστω
 τῆ ΓΒ ἐπ' εὐθείας
 ἢ ΒΕ.

Ἐπει οὖν εὐθεῖα ἢ ΑΒ
 ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφέστηκεν,

αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
 εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ
 ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν.
 κοινὴ
 ἀφηρήσθω ἢ ὑπὸ ΓΒΑ·
 λοιπὴ ἄρα ἢ ὑπὸ ΑΒΕ
 λοιπῆ τῆ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶν ἴση,
 ἢ ἐλάσσων τῆ μείζονι·
 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα
 ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἢ ΒΕ τῆ ΓΒ.
 ὁμοίως δὲ δεῖξομεν,
 ὅτι
 οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ·
 ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν
 ἢ ΓΒ τῆ ΒΔ.

Ἐὰν ἄρα πρὸς τινὶ εὐθείᾳ
 καὶ τῷ πρὸς αὐτῆ σημείω
 δύο εὐθεῖαι
 μὴ ἐπὶ αὐτὰ μέρη κείμεναι
 τὰς ἐφεξῆς γωνίας

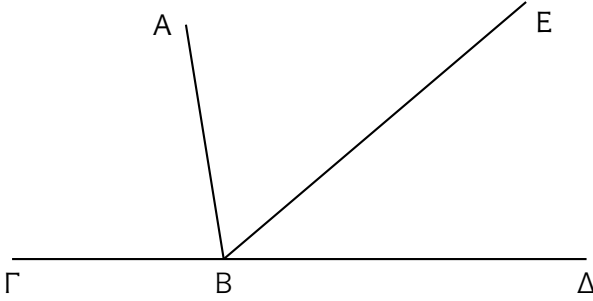
Zira eğer değilse
 ΒΓ ile bir doğru
 ΒΔ,
 olsun
 ΒΓ ile bir doğru
 ΒΕ.

Dolayısıyla ΑΒ doğru
 ΓΒΕ doğrusunun üzerine konulduğun-
 dan,
 böylece ΑΒΓ ve ΑΒΕ açıları
 iki dik açıya eşittir.
 ΑΒΓ ve ΑΒΔ da
 iki dik açıya eşittir.
 Böylece ΓΒΑ ve ΑΒΕ,
 ΓΒΑ ve ΑΒΔ'ya eşittir.
 Ortak olarak
 ΓΒΑ çıkartılmış olsun.
 Böylece ΑΒΕ kalanı
 ΑΒΔ kalanına eşittir,
 küçük olan büyüğe;
 ki bu imkânsızdır.
 Böylece değildir
 bir doğruda ΒΕ, ΓΒ ile.
 Benzer şekilde o halde göstereceğiz
 ki
 hiçbirini [öyle değildir], ΒΔ dışında.
 Böylece bir doğrudadır
 ΓΒ, ΒΔ ile.

Eğer, böylece, bir doğruya,
 ve aynı noktasında,
 iki doğru,
 aynı tarafında uzanmayan,
 bitişik açıları

δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
 ποιῶσιν,
 ἐπ' εὐθείας
 ἕσονται ἀλλήλαις
 αἱ εὐθεῖαι·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

iki dik açiya eşit
 yaparsa,
 bir doğruya
 birbiriyle olacak
 doğrular;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



15. Önerme

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,
τὰς κατὰ κορυφήν γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ AB, ΓΔ
τεμνέτωσαν ἀλλήλας
κατὰ τὸ E σημεῖον·

λέγω, ὅτι
ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ὑπὸ AEG γωνία τῇ ὑπὸ ΔEB,
ἡ δὲ ὑπὸ ΓEB τῇ ὑπὸ AED.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ AE
ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ
ἐφέστηκε
γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓEA, AED,
αἱ ἄρα ὑπὸ ΓEA, AED γωνίαι
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.
πάλιν,
ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔE
ἐπ' εὐθεῖαν τὴν AB
ἐφέστηκε
γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ AED, ΔEB,
αἱ ἄρα ὑπὸ AED, ΔEB γωνίαι
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.
ἔδείχθησαν δὲ καὶ
αἱ ὑπὸ ΓEA, AED
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΓEA, AED
ταῖς ὑπὸ AED, ΔEB ἴσαι εἰσὶν.

Eğer iki doğru birbirini keserse,
ters açıları¹⁷
birbirine eşit yapar.

Zira AB ve ΓΔ doğruları
birbirini kessin
E noktasında.

Diyorum ki
eşittir
AEG, ΔEB'ya,
ve ΓEB, AED'ya.

Zira AE doğrusu
ΓΔ doğrusuna
dikilmiş olduğundan,
ΓEA ve AED açılarını yapan,
böylece ΓEA ve AED açıları
iki dik açıya eşittir.
Yine,
ΔE doğrusu
AB doğrusuna
dikilmiş olduğundan,
AED ve ΔEB açılarını yapan,
böylece AED ve ΔEB açıları
iki dik açıya eşittir.
Ve gösterilmişti
ΓEA ve AED açılarının
iki dik açıya eşitliği,
böylece ΓEA ve AED,
AED ve ΔEB'ya eşittir.

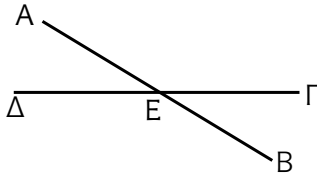
¹⁷Yunancada *baştaki açılar*.

κοινή
 ἀφηρήσθω
 ἡ ὑπὸ ΑΕΔ·
 λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ
 λοιπῆ τῆ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν·
 ὁμοίως δὴ δειχθήσεται,
 ὅτι
 καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα
 δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,
 τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας
 ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ortak olarak
 çıkartılmış olsun
 ΑΕΔ;
 böylece ΓΕΑ kalanı,
 ΒΕΔ kalanına eşittir;
 benzer şekilde o halde gösterilecek
 ki
 ΓΕΒ açısı da ΔΕΑ açısına eşittir.

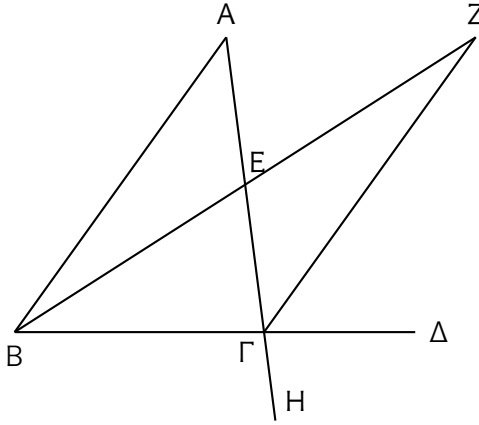
Eğer, böylece,
 iki doğru birbirini keserse,
 ters açıları
 birbirine eşit yapar;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



16. Önerme

Παντὸς τριγώνου
 μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης
 ἢ ἔκτος γωνία
 ἑκατέρας
 τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν
 μείζων ἔστιν.

Herhangi bir üçgenin
 kenarlarının biri uzatılınca,
 dış açı,
 her birinden
 (iç ve karşıt açılardan)
 büyüktür.



Ἐστω
 τρίγωνον τὸ ABΓ,
 καὶ προσεκβεβλήσθω
 αὐτοῦ μία πλευρὰ ἢ BΓ ἐπὶ τὸ Δ·

Olsun
 üçgen ABΓ,
 ve uzatılmış olsun
 onun BΓ kenarı, Δ noktasına.

λέγω, ὅτι
 ἡ ἔκτος γωνία ἢ ὑπὸ AΓΔ
 μείζων ἔστιν
 ἑκατέρας
 τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
 τῶν ὑπὸ ΓBA, BAΓ γωνιῶν.

Diyorum ki
 AΓΔ dış açısı
 büyüktür
 her birinden
 iç ve karşıt
 ΓBA ve BAΓ açılarının.

Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχῃ κατὰ τὸ Ε,

καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ
ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ,

καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση
ἡ ΕΖ,

καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ,
καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν

ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ,

ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ,

δύο δὲ αἱ ΑΕ, ΕΒ

δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν

ἐκατέρα ἐκατέρῃ·

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ

γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν·

κατὰ κορυφὴν γάρ·

βάσις ἄρα ἡ ΑΒ

βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν,

καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον

τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον,

καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι

ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν

ἐκατέρα ἐκατέρῃ,

ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·

ἴση ἄρα ἐστὶν

ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ.

μείζων δὲ ἐστὶν

ἡ ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ·

μείζων ἄρα

ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ.

Ὅμοίως δὲ

ΑΓ κενarı, Ε noktasından ikiye bölün-
müş olsun,

ve, ΒΕ birleştirilince,

bir doğruada, Ζ noktasına, uzatılmış
olsun

ve ΒΕ doğrusuna eşit olan otursun

ΕΖ,

ve birleştirilmiş olsun ΖΓ,

ve ΑΓ doğrusu, Η noktasına ilerletil-
miş olsun.

Dolayısıyla eşit olduğundan

ΑΕ, ΕΓ doğrusuna,

ve ΒΕ, ΕΖ doğrusuna,

o halde ΑΕ ve ΕΒ ikilisi,

ΓΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,

her biri birine;

ve ΑΕΒ açısı,

ΖΕΓ açısına eşittir,

zira ters;

böylece ΑΒ tabanı

ΖΓ tabanına eşittir,

ve ΑΒΕ üçgeni

ΖΕΓ üçgenine eşittir,

ve kalan açılar

kalan açılara eşittir,

her biri birine,

(yani) eşit kenarları raptedenler.

Böylece eşittir

ΒΑΕ, ΕΓΖ'ya.

Ama büyüktür

ΕΓΔ, ΕΓΖ açısından;

böylece büyüktür

ΑΓΔ, ΒΑΕ açısından.

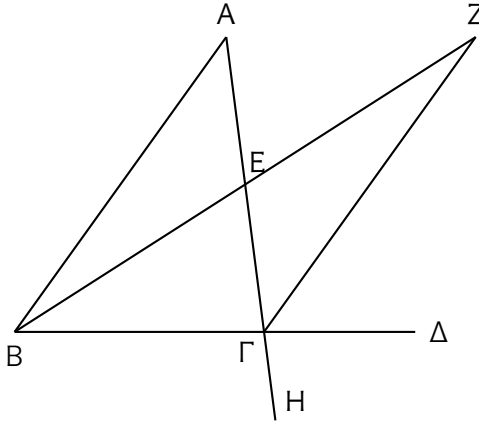
Benzer şekilde o halde

τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα
 δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ,
 τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ,
 μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
 μιᾶς τῶν πλευρῶν
 προσεκβληθείσης
 ἡ ἐκτὸς γωνία
 εκατέρας
 τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν
 μείζων ἐστίν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ikiye bölünmüş olduğundan ΒΓ,
 gösterilecek ki ΒΓΗ,
 ΑΓΔ açısına eşit olan,
 büyüktür ΑΒΓ açısından da.

Böylece, herhangi bir üçgenin,
 kenarlarından biri
 uzatıldığında,
 dış açı
 her bir
 iç ve karşıt açıdan
 büyüktür;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



17. Önerme

Παντός τριγώνου αἱ δύο γωνίαι
 δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι
 πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Ἐστω
 τρίγωνον τὸ ΑΒΓ·

λέγω, ὅτι
 τοῦ ΑΒΓ τριγώνου
 αἱ δύο γωνίαι
 δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι
 πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ
 ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ
 ἐκτός ἐστι γωνία
 ἡ ὑπὸ ΑΓΔ,
 μείζων ἐστὶ
 τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίου
 τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.
 κοινῇ
 προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ
 τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν.
 ἄλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ
 δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
 ὁμοίως δὴ δεῖξομεν,
 ὅτι

Herhangi bir üçgenin iki açısı
 küçüktür iki dik açıdan,
 nasıl alınırsa alınsın.

Olsun
 üçgen ΑΒΓ.

Diyorum ki
 ΑΒΓ üçgeninin
 iki açısı
 küçüktür iki dik açıdan,
 nasıl alınırsa alınsın.

Zira uzatılmış olsun
 ΒΓ, Δ'ya.

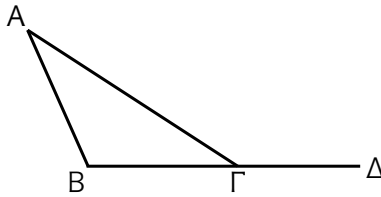
Ve ΑΒΓ üçgeninin
 dış açısı olduğundan
 ΑΓΔ
 büyüktür
 iç ve karşıt
 ΑΒΓ açısından.
 Ortak olarak
 ΑΓΒ, eklensin;
 böylece ΑΓΔ ve ΑΓΒ,
 ΑΒΓ ve ΒΓΑ'dan büyüktür.
 Ama ΑΓΔ ve ΑΓΒ,
 iki dik açiya eşittir;
 böylece ΑΒΓ ve ΒΓΑ,
 iki dik açıdan küçüktür.
 Benzer şekilde o halde göstereceğiz
 ki

καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ
 δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι
 καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
 αἱ δύο γωνίαι
 δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι
 πάντη μεταλαμβάνονται·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΒΑΓ ve ΑΓΒ de
 iki dik açıdan küçüktür,
 ve sonra ΓΑΒ ve ΑΒΓ [öyledir].

Böylece herhangi bir üçgenin
 iki açısı
 iki dik açıdan küçüktür,
 nasıl alınırsa alınsın;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



18. Önerme

Παντός τριγώνου
ἢ μείζων πλευρὰ
τὴν μείζονα γωνίαν
ὑποτείνει.

Ἐστω γὰρ
τρίγωνον τὸ ΑΒΓ
μείζονα ἔχον
τὴν ΑΓ πλευρὰν
τῆς ΑΒ·

λέγω, ὅτι
καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΑΒΓ
μείζων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ ΒΓΑ·

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἢ ΑΓ τῆς ΑΒ,

κείσθω
τῆ ΑΒ ἴση ἢ ΑΔ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἢ ΒΔ.

καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ
ἔκτός ἐστι γωνία ἢ ὑπὸ ΑΔΒ,
μείζων ἐστὶ
τῆς ἐντός καὶ ἀπεναντίον
τῆς ὑπὸ ΔΓΒ·
ἴση δὲ ἢ ὑπὸ ΑΔΒ τῆ ὑπὸ ΑΒΔ,
ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἢ ΑΒ
τῆ ΑΔ ἐστὶν ἴση·
μείζων ἄρα
καὶ ἢ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ·

Herhangi bir üçgende
daha büyük bir kenar,
daha büyük bir açığı
rapteder.

Zira olsun
üçgen ΑΒΓ,
daha büyük olan
ΑΓ kenarı
ΑΒ'dan.

Diyorum ki
ΑΒΓ açısı da
daha büyüktür
ΒΓΑ açısından.

Zira ΑΓ, ΑΒ kenarından daha büyük
olduğundan,
otursun
ΑΒ'ya eşit olan ΑΔ,
ve birleştirilmiş olsun ΒΔ.

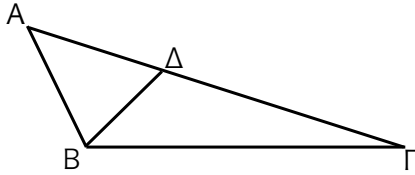
ΒΓΔ üçgeninin
dış açı olduğundan ΑΔΒ açısı da,
büyüktür
iç ve karşı
ΔΓΒ açısından;
ve ΑΔΒ, ΑΒΔ'ya eşittir,
ΑΒ kenarı da,
ΑΔ'ya eşit olduğundan;
böylece büyüktür
ΑΒΔ da, ΑΓΒ'dan;

πολλῷ ἄρα ἢ ὑπὸ $AB\Gamma$ μείζων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ $A\Gamma B$.

böylece $AB\Gamma$, $A\Gamma B$ açısından çok daha
büyüktür.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
ἢ μείζων πλευρὰ
τὴν μείζονα γωνίαν
ὑποτείνει·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, herhangi bir üçgende
daha büyük bir kenar,
daha büyük bir açıyı
rapteder;
gösterilmesi gereken tam buydu.



19. Önerme

Παντὸς τριγώνου
 ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν
 ἢ μείζων πλευρὰ
 ὑποτείνει.

Ἐστω γὰρ
 τρίγωνον τὸ ΑΒΓ
 μείζονα ἔχον
 τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν
 τῆς ὑπὸ ΒΓΑ·

λέγω, ὅτι
 καὶ πλευρὰ ἢ ΑΓ
 πλευρᾶς τῆς ΑΒ
 μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή,
 ἤτοι ἴση ἐστίν
 ἢ ΑΓ τῆ ΑΒ
 ἢ ἐλάσσων·
 ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν
 ἢ ΑΓ τῆ ΑΒ·
 ἴση γὰρ ἂν ἦν
 καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΑΒΓ
 τῆ ὑπὸ ΑΓΒ·
 οὐκ ἔστι δέ·
 οὐκ ἄρα ἴση ἐστίν
 ἢ ΑΓ τῆ ΑΒ.
 οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστίν
 ἢ ΑΓ τῆς ΑΒ·
 ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ
 γωνία ἢ ὑπὸ ΑΒΓ

Herhangi bir üçgende,
 daha büyük bir açı,
 daha büyük bir kenar tarafından
 raptedilir.

Zira olsun
 bir ΑΒΓ üçgeni,
 daha büyük olan
 ΑΒΓ açısı
 ΒΓΑ açısından.

Diyorum ki
 ΑΓ kenarı da
 ΑΒ kenarından
 daha büyüktür.

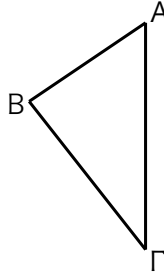
Zira değil ise,
 ya eşittir
 ΑΓ, ΑΒ'ya
 ya da daha küçüktür.
 Ama dolayısıyla eşit değildir
 ΑΓ, ΑΒ'ya;
 zira eğer eşit olsaydı,
 ΑΒΓ açısı da,
 ΑΓΒ'ya [eşit olurdu];
 ama değildir;
 böylece eşit değildir
 ΑΓ, ΑΒ'ya.
 Tabii ki küçük değildir
 ΑΓ, ΑΒ'dan;
 zira eğer küçük olsaydı,
 ΑΒΓ açısı da

τῆς ὑπὸ ΑΓΒ·
 οὐκ ἔστι δέ·
 οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν
 ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.
 ἐδείχθη δέ, ὅτι
 οὐδὲ ἴση ἐστίν.
 μείζων ἄρα ἐστὶν
 ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
 ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν
 ἡ μείζων πλευρὰ
 ὑποτείνει·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΑΓΒ'dan [küçük olurdu];
 ama değildir;
 böylece küçük değildir
 ΑΓ, ΑΒ'dan.
 Ve gösterilmişti ki
 eşit değildir.
 Böylece daha büyüktür
 ΑΓ, ΑΒ'dan.

Böylece, herhangi bir üçgende,
 daha büyük bir açı,
 daha büyük bir kenar tarafından
 raptedir;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



20. Önerme

Παντός τριγώνου
αί δύο πλευραί
τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι
πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Ἐστω γάρ
τρίγωνον τὸ ΑΒΓ·

λέγω, ὅτι
τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αί δύο πλευραί
τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι
πάντη μεταλαμβανόμεναι,
αί μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ,
αί δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ,
αί δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Διήχθω γάρ
ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον,
καί κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ,
καί ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ,

ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ
τῇ ὑπὸ ΑΓΔ·
μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ
τῆς ὑπὸ ΑΔΓ·
καί ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ
μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν
τῆς ὑπὸ ΒΔΓ,
ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν
ἡ μείζων πλευρά

Herhangi bir üçgenin
iki kenarı
kalandan daha büyüktür,
nasıl alınırsa alınsın.

Zira olsun
üçgen ΑΒΓ.

Diyorum ki
ΑΒΓ üçgeninin iki kenarı
kalandan daha büyüktür,
nasıl alınırsa alınsın,
BA ve ΑΓ, ΒΓ'dan,
ve ΑΒ ve ΒΓ, ΑΓ'dan,
ve ΒΓ ve ΓΑ, ΑΒ'dan.

Zira ilerletilmiş olsun
BA, Δ noktasına,
ve ΑΔ, ΓΑ'ya eşit otursun,
ve ΔΓ birleştirilmiş olsun.

Dolayısıyla ΔΑ, ΑΓ'ya eşit olduğun-
dan,

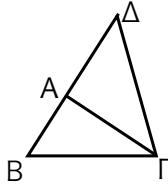
ΑΔΓ de eşittir
ΑΓΔ'y.
Böylece ΒΓΔ, büyüktür
ΑΔΓ'dan.
ΔΓΒ üçgeninde,
ΒΓΔ açısı daha büyük olduğundan
ΒΔΓ'dan,
ve daha büyük açı,
daha büyük kenarca

υποτείνει,
 ή ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ μείζων.
 ἴση δὲ ή ΔΑ τῆ ΑΓ·
 μείζονες ἄρα αὐτὰ ΒΑ, ΑΓ
 τῆς ΒΓ·
 ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι
 καὶ αὐτὰ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ
 μείζονές εἰσιν,
 αὐτὰ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
 αὐτὰ δύο πλευραὶ
 τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι
 πάντη μεταλαμβανόμεναι·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

raptedildiğinden,
 böylece ΔΒ, ΒΓ'dan büyüktür.
 Ve ΔΑ, ΑΓ'ya eşittir;
 böylece ΒΑ ve ΑΓ büyüktür
 ΒΓ'dan;
 benzer şekilde göstereceğiz ki
 ΑΒ ve ΒΓ, ΓΑ'dan
 büyüktür,
 ve ΒΓ ve ΓΑ, ΑΒ'dan.

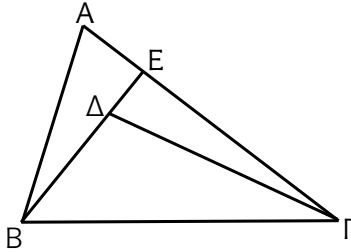
Böylece, herhangi bir üçgenin
 iki kenarı
 kalandan daha büyüktür,
 nasıl alınırsa alınsın;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



21. Önerme

Ἐάν τριγώνου
 ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν
 ἀπὸ τῶν περάτων
 δύο εὐθεῖαι
 ἐντὸς συσταθῶσιν,
 αἱ συσταθεῖσαι
 τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν
 ἐλάττονες μὲν ἔσονται,
 μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.

Eğer bir üçgende,
 kenarlarından birinin üzerinde,
 sınırlardan,
 iki doğru
 içeride inşa edilirse,
 inşa edilmiş doğrular,
 üçgenin kalan
 iki kenarından
 daha küçük olacak,
 ama daha büyük bir açıyı içerecek.



Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
 ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ
 ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ
 δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ
 ΒΔ, ΔΓ·

Zira ΑΒΓ üçgeninin,
 ΒΓ kenarının üzerinde
 Β ve Γ sınırlarından,
 içeride iki ΒΔ ve ΔΓ doğruları inşa
 edilmiş olsun.

λέγω, ὅτι
 αἱ ΒΔ, ΔΓ
 τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ
 ἐλάσσονες μὲν εἰσιν,
 μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι
 τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Diyorum ki
 ΒΔ ve ΔΓ
 üçgenin kalan iki
 ΒΑ ve ΑΓ kenarından,
 daha küçüktür,
 ama daha büyük açıyı içerir:
 ΒΔΓ, ΒΑΓ'dan [daha büyüktür].

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ
ἐπὶ τὸ Ε.

καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς
μείζονές εἰσιν,
τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ
τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν·
κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ·
αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ
τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν.
πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ
τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν,
κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ·
αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα
τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν.
ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ
μείζονες ἐδείχθησαν
αἱ ΒΑ, ΑΓ·
πολλῶ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ
μείζονές εἰσιν.

Πάλιν,
ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἑκτὸς γωνία
τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
μείζων ἐστίν,
τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου
ἡ ἑκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ
μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ.
διὰ ταῦτα τοίνυν
καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου
ἡ ἑκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ

Zira ΒΔ, ilerletilmiş olsun
E'a doğru.

Ve herhangi bir üçgenin
iki kenarı, kalandan
büyük olduğundan,
ABE üçgeninin,
iki AB ve AE kenarları,
BE kenarından büyüktür;
ortak olarak ΕΓ eklensin;
böylece ΒΑ ve ΑΓ,
ΒΕ ve ΕΓ'dan büyüktür.
Yine, ΓΕΔ üçgeninin,
iki ΓΕ ve ΕΔ kenarları,
ΓΔ'dan büyük olduğundan,
ortak olarak ΔΒ eklenmiş olsun;
böylece ΓΕ ve ΕΒ,
ΓΔ ve ΔΒ'dan büyüktür.
Ama ΒΕ ve ΕΓ'dan
daha büyük gösterilmişti
ΒΑ ve ΑΓ;
böylece ΒΑ ve ΑΓ, ΒΔ ve ΔΓ'dan çok
daha büyüktür.

Yine,
herhangi bir üçgenin dış açısı
iç ve karşıt açısından
daha büyüktür,
böylece, ΓΔΕ üçgeninin
dış açısı ΒΔΓ
ΓΕΔ'dan büyüktür.
Aynı sebeple elbette,
ABE üçgeninin
ΓΕΒ dış açısı da

μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ

μείζων ἐδείχθη

ἢ ὑπὸ ΒΔΓ·

πολλῷ ἄρα ἢ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου

ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν

ἀπὸ τῶν περάτων

δύο εὐθεῖαι

ἐντὸς συσταθῶσιν,

αἱ συσταθεῖσαι

τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου

δύο πλευρῶν

ἐλάττονες μὲν εἰσιν,

μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν·

ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΒΑΓ'dan büyüktür.

Ama ΓΕΒ'dan,

daha büyük gösterilmişti

ΒΔΓ;

böylece ΒΔΓ, ΒΑΓ'dan çok daha bü-
yüktür.

Eğer, böylece, bir üçgenin,

kenarlarından birinin

sınırlarından,

iki doğru

içeride inşa edilirse,

inşa edilen doğrular,

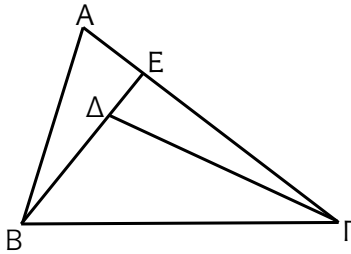
üçgenin kalan

iki kenarından

daha küçüktür,

ama daha büyük bir açıyı içerir;

gösterilmesi gereken tam buydu.

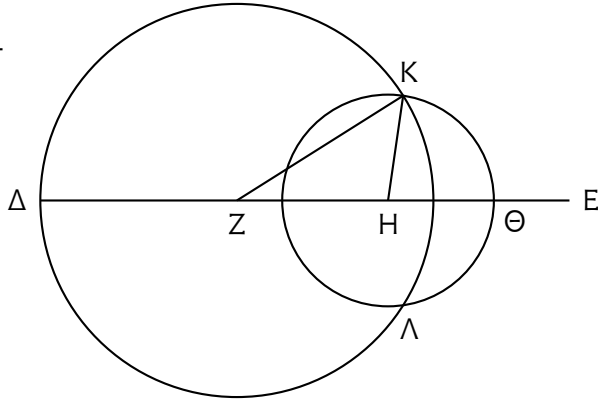


22. Önerme

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν,
αἱ εἰσιν ἴσαι
τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις],
τρίγωνον συστήσασθαι·
δεῖ δέ¹⁸
τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι
πάντη μεταλαμβανομένας
[διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου
τὰς δύο πλευρὰς
τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι
πάντη μεταλαμβανομένας].

Üç doğrudan,
eşit olan
verilmiş üç doğruya,
bir üçgen inşa etmek;
ama gereklidir
ikisinin, kalandan büyük olması,
nasıl alınırsa alınsın,
çünkü herhangi bir üçgenin,
iki kenarı
kalandan büyüktür,
nasıl alınırsa alınsın.

A _____
B _____
Γ _____



Ἐστωσαν
αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ A, B, Γ,
ῶν αἱ δύο τῆς λοιπῆς
μείζονες ἔστωσαν

Olsun
üç verilmiş doğru A, B, ve Γ,
ve ikisi, kalandan
büyük olsun,

¹⁸Heiberg'e göre [4], Proklos'un [12] ve Eutokios'un açıklamalarının metinlerinde δε yazılır; ama Öklid'in metinlerinde δη yazılır.

πάντη μεταλαμβανόμεναι,
αί μὲν A, B τῆς Γ,
αί δὲ A, Γ τῆς B,
καὶ ἔτι αὐτὴν B, Γ τῆς A·

δεῖ δὴ
ἕκ τῶν ἴσων ταῖς A, B, Γ
τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκείσθω
τις εὐθεῖα ἢ ΔΕ
πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ
ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε,
καὶ κείσθω
τῆ μὲν A ἴση ἢ ΔΖ,
τῆ δὲ B ἴση ἢ ΖΗ,
τῆ δὲ Γ ἴση ἢ ΗΘ·
καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ,
διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ·
πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η,
διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛΘ,
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αὐτὰ ΚΖ, ΚΗ·

λέγω, ὅτι
ἕκ τριῶν εὐθειῶν
τῶν ἴσων ταῖς A, B, Γ
τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ ΔΚΛ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἢ ΖΔ τῆ ΖΚ·
ἀλλὰ ἢ ΖΔ τῆ A ἐστὶν ἴση.
καὶ ἢ ΚΖ ἄρα τῆ A ἐστὶν ἴση.

nasıl alınırsa alınsın:
A ile B, Γ'dan,
A ile Γ, B'dan,
ve B ile Γ, A'dan.

O halde gereklidir
A, B ve Γ'ya eşit olanlardan
bir üçgen inşa etmek.

Oturtulsun
bir ΔΕ doğrusu,
Δ'da sınırlanmış,
ama Ε'da sınırlanmamış,
ve otursun
A'ya eşit ΔΖ,
B'ya eşit ΖΗ,
ve Γ'ya eşit ΗΘ;
ve Ζ merkezine
ΖΔ uzaklığında
bir ΔΚΛ dairesi çizilmiş olsun;
yine, Η merkezine,
ΗΘ uzaklığında,
ΚΛΘ dairesi çizilmiş olsun,
ve ΚΖ ile ΚΗ birleştirilmiş olsun.

Diyorum ki
üç doğrudan
A, B ve Γ'ya eşit olan
ΚΖΗ üçgeni inşa edilmiştir.

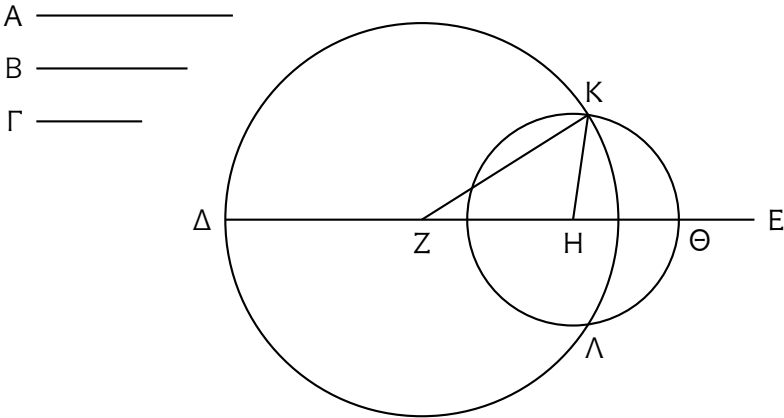
Zira, Ζ noktası, ΔΚΛ dairesinin mer-
kezi olduğundan,
ΖΔ, ΖΚ'ya eşittir;
ama ΖΔ, A'ya eşittir.
Ve ΚΖ böylece A'ya eşittir.

πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ
 τοῦ ΑΚΘ κύκλου,
 ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ·
 ἀλλὰ ἡ ΗΘ τῇ Γ ἐστὶν ἴση·
 καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση.
 ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ Β ἴση·
 αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι
 αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ
 τρισὶ ταῖς Α, Β, Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν
 τῶν ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ,
 αἱ εἰσὶν ἴσαι
 τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις
 ταῖς Α, Β, Γ,
 τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ·
 ὁπερ ἔδει ποιῆσαι.

Yine, H noktası, ΑΚΘ dairesinin mer-
 kezi olduğundan,
 ΗΘ, ΗΚ doğrusuna eşittir;
 ama ΗΘ, Γ'ya eşittir;
 ve ΚΗ böylece Γ'ya eşittir.
 ve ΖΗ, Β doğrusuna eşittir;
 böylece üç doğru,
 ΚΖ, ΖΗ ve ΗΚ,
 Α, Β ve Γ üçlüsüne eşittir.

Böylece, üç doğrudan,
 ΚΖ, ΖΗ ve ΗΚ'dan,
 eşit olan
 verilmiş üç doğruya
 Α, Β ve Γ'ya,
 bir ΚΖΗ üçgeni inşa edilmiştir;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



23. Önerme

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην
γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Ἐστω

ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB,
τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ A,
ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἡ ὑπὸ ΔΓΕ·

δεῖ δὴ

πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ
ΔΓΕ ἴσην
γωνίαν εὐθύγραμμον
σύστησασθαι.

Εἰλήφθω

ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΓΔ, ΓΕ
τυχόντα σημεία τὰ Δ, Ε,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ·
καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν,
αἱ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ,
τρίγωνον συνεστάτω τὸ AZH,
ὥστε ἴσην εἶναι
τὴν μὲν ΓΔ τῇ AZ,
τὴν δὲ ΓΕ τῇ AH,
καὶ ἔτι τὴν ΔΕ τῇ ZH.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΔΓ, ΓΕ

Verilmiş bir doğruya,
ve üzerinde verilmiş noktada,
verilmiş düzkenar açuya eşit olan,
bir düzkenar açı inşa etmek.

Olsun

verilmiş doğru AB,
ve üzerindeki nokta A,
ve verilmiş düzkenar açı
ΔΓΕ.

O halde gereklidir,

verilmiş AB doğrusunda,
ve üzerindeki A noktasında,
verilmiş düzkenar ΔΓΕ açısına eşit
olan
bir düzkenar açı
inşa etmek.

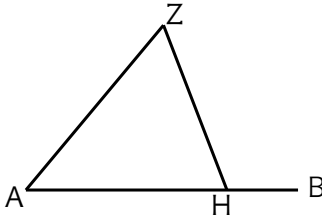
alınmış olsun

ΓΔ ve ΓΕ'un her birinden
rastgele Δ ve Ε noktaları,
ve ΔΕ birleştirilmiş olsun,
ve üç doğrudan
üç ΓΔ, ΔΕ ve ΓΕ'a eşit olan,
AZH üçgeni inşa edilmiş olsun
öyle ki eşit olsun
ΓΔ, AZ'ya,
ΓΕ, AH'ya,
ve ayrıca ΔΕ, ZH'ya.

Dolayısıyla ΔΓ ve ΓΕ ikilisi,

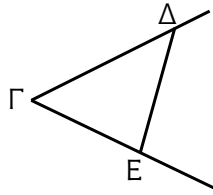
δύο ταῖς ZA , AH ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
 καὶ βάσις ἡ ΔE
 βάσει τῇ ZH ἴση,
 γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔGE γωνία
 τῇ ὑπὸ ZAH ἔστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB
 καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A
 τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ
 ΔGE ἴση
 γωνίᾳ εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ
 ZAH
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



ZA ve AH ikilisine eşit olduğundan,
 her biri birine,
 ve ΔE tabanı,
 ZH tabanına eşit olduğundan,
 böylece ΔGE açısı
 ZAH 'ya eşittir.

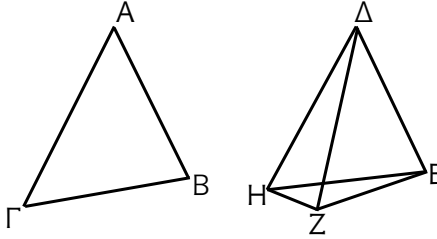
Böylece, verilmiş AB doğrusunda,
 ve üzerindeki A noktasında,
 verilmiş düzkenar ΔGE açısına eşit
 olan
 ZAH düzkenar açısı inşa edilmiştir;
 yapılması gereken tam buydu.



24. Önerme

Ἐάν δύο τρίγωνα
 τὰς δύο πλευρὰς
 [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχη
 ἑκατέραν ἑκατέρα,
 τὴν δὲ γωνίαν
 τῆς γωνίας μείζονα ἔχη
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην,
 καὶ τὴν βάσιν
 τῆς βάσεως μείζονα ἔξει.

Eğer iki üçgende
 iki kenar
 iki kenara eşitse,
 her biri birine,
 ama aç
 açıdan büyükse,
 [yani] eşit kenarlarca
 rapteden,
 taban da
 tabandan büyük olacak.



Ἐστω
 δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ
 τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB, AΓ
 ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔE, ΔZ
 ἴσας ἔχοντα
 ἑκατέραν ἑκατέρα,
 τὴν μὲν AB τῆ ΔE
 τὴν δὲ AΓ τῆ ΔZ,
 ἢ δὲ πρὸς τῷ A γωνία
 τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω·

Olsun
 iki üçgen ABΓ ve ΔEZ,
 iki AB ve AΓ kenarı,
 iki ΔE ve ΔZ kenarına
 eşit olan,
 her biri birine,
 AB, ΔE'a,
 ve AΓ, ΔZ'ya,
 ve A'daki aç,
 Δ'daki açıdan büyük olsun.

λέγω, ὅτι
 καὶ βάσις ἢ BΓ

Diyorum ki
 BΓ tabanı da

βάσεως τῆς EZ μείζων ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἢ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία
τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας,
συνεστάτω
πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ
τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἴση ἢ ὑπὸ ΕΔΗ,
καὶ κείσθω
ὁποτέρῃ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἢ ΔΗ,
καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστίν
ἢ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ,
ἢ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ,
δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ
δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρῃ·
καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΒΑΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση·
βάσις ἄρα ἢ ΒΓ
βάσει τῇ ΕΗ ἐστὶν ἴση.
πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ΔΖ τῇ ΔΗ,
ἴση ἐστὶ καὶ
ἢ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ·
μείζων ἄρα
ἢ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ·
πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν
ἢ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ.
καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ
μείζονα ἔχον
τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ,
ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν
ἢ μείζων πλευρὰ
ὑποτείνει,

EZ tabanından büyüktür.

Zira ΒΑΓ açısı, büyük olduğundan
ΕΔΖ açısından,
inşa edilmiş olsun
ΔΕ doğrusunda,
ve üzerindeki Δ noktasında,
ΒΑΓ açısına eşit olan ΕΔΗ,
ve oturmuş olsun
ΑΓ veya ΔΖ'ya eşit olan ΔΗ,
ve ΕΗ ve ΖΗ birleştirilmiş olsun.

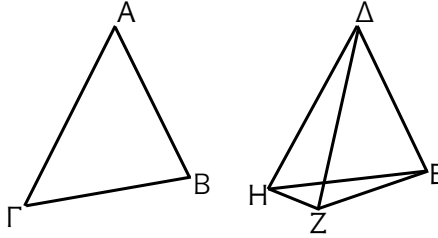
Dolayısıyla eşit olduğundan
ΑΒ, ΔΕ'a,
ve ΑΓ, ΔΗ'ya,
o halde ΒΑ ve ΑΓ ikilisi,
ΕΔ ve ΔΗ iklisine eşittir,
her biri birine;
ve ΒΑΓ açısı
ΕΔΗ açısına eşittir;
böylece ΒΓ tabanı
ΕΗ tabanına eşittir.
Yine, ΔΖ, ΔΗ'ya eşit olduğundan,
bir de eşittir
ΔΗΖ açısı, ΔΖΗ'ya;
böylece büyüktür
ΔΖΗ, ΕΗΖ'dan;
böylece çok daha büyüktür
ΕΖΗ, ΕΗΖ açısından.
Ve ΕΖΗ üçgende,
büyük olduğundan
ΕΖΗ açısı ΕΗΖ'dan,
ve daha büyük açı,
daha büyük açı tarafından
raptedildiğinden,

μείζων ἄρα καὶ
 πλευρὰ ἢ ΕΗ τῆς ΕΖ.
 ἴση δὲ ἢ ΕΗ τῆ ΒΓ·
 μείζων ἄρα καὶ ἢ ΒΓ τῆς ΕΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
 τὰς δύο πλευρὰς
 δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ
 ἑκατέραν ἑκατέρῃ,
 τὴν δὲ γωνίαν
 τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην,
 καὶ τὴν βάσιν
 τῆς βάσεως μείζονα ἔξει·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

böylece büyüktür
 EH kenarı da EZ'dan.
 Ve EH, BΓ'ya eşittir;
 böylece BΓ da, EZ'dan büyüktür.

Eğer, böylece, iki üçgende
 iki kenar
 iki kenara eşitse
 her biri birine,
 ama açı
 açıdan büyükse,
 [yani] eşit kenarlarca
 rapteden,
 taban da
 tabandan büyük olacak;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



25. Önerme

Ἐὰν δύο τρίγωνα
τὰς δύο πλευρὰς
δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη
ἐκατέραν ἐκατέρα,
τὴν δὲ βάσιν
τῆς βάσεως μείζονα ἔχη,
καὶ τὴν γωνίαν
τῆς γωνίας μείζονα ἔξει
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην.

Ἐστω
δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ
τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ
ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ
ἴσας ἔχοντα
ἐκατέραν ἐκατέρα,
τὴν μὲν ΑΒ τῆ ΔΕ,
τὴν δὲ ΑΓ τῆ ΔΖ·
βάσις δὲ ἡ ΒΓ
βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω·

λέγω, ὅτι
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἔστίν.

Εἰ γὰρ μή,
ἤτοι ἴση ἔστίν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων·
ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆ ὑπὸ ΕΔΖ·
ἴση γὰρ ἂν ἦν
καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῆ ΕΖ·

Eğer iki üçgende
iki kenar
iki kenara eşitse
her biri birine,
ama taban
tabandan büyükse,
açı da
açıdan büyük olacak
[yani] eşit doğrularca
rapteden.

Olsun
iki üçgen ΑΒΓ ve ΔΕΖ,
iki ΑΒ ve ΑΓ kenarı,
iki ΔΕ ve ΔΖ kenarına
eşit olan,
her biri birine,
ΑΒ, ΔΕ' a
ve ΑΓ, ΔΖ' ya;
ve ΒΓ tabanı
ΕΖ tabanından büyük olsun.

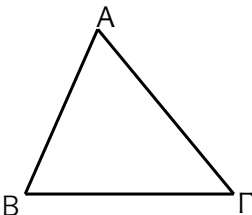
Diyorum ki
ΒΑΓ açısı da
ΕΔΖ açısından büyüktür.

Zira eğer değilse,
ya ona eşittir, ya da ondan küçük;
ama dolayısıyla eşit değildir
ΒΑΓ, ΕΔΖ' ya;
zira eğer eşit ise
ΒΓ tabanı da, ΕΖ tabanına [eşittir];

οὐκ ἔστι δέ.
 οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ
 γωνία ἢ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ·
 οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν
 ἢ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ·
 ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν
 καὶ βάσις ἢ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ·

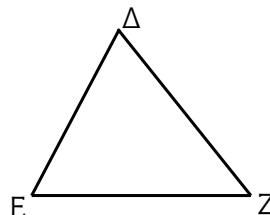
οὐκ ἔστι δέ·
 οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν
 ἢ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.
 ἐδείχθη δέ, ὅτι
 οὐδὲ ἴση·
 μείζων ἄρα ἐστὶν
 ἢ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
 τὰς δύο πλευρὰς
 δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη
 ἐκατέραν ἐκάτερα,
 τὴν δὲ βασίν
 τῆς βάσεως μείζονα ἔχη,
 καὶ τὴν γωνίαν
 τῆς γωνίας μείζονα ἔξει
 τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
 περιεχομένην·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



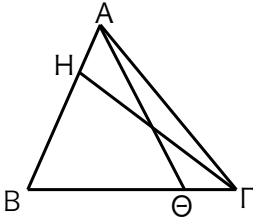
ama değil.
 Böylece eşit değildir
 ΒΑΓ açısı, ΕΔΖ'ya;
 tabii ki küçük değildir
 ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan;
 zira eğer küçük ise,
 ΒΓ tabanı da, ΕΖ tabanından [küçük-
 tür];
 ama değil;
 böylece küçük değildir
 ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan.
 Ama gösterilmişti ki
 eşit değildir;
 böylece büyüktür
 ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan.

Eğer, böylece, iki üçgende
 iki kenar
 iki kenara eşitse
 her biri birine,
 ama taban
 tabandan büyükse,
 açısı da
 açıdan büyük olacak
 [yani] eşit doğrularca
 rapteden;
 gösterilmesi gereken tam buydu.

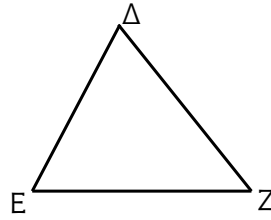


26. Önerme

Ἐάν δύο τρίγωνα
 τὰς δύο γωνίας
 δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχη
 ἑκατέραν ἑκατέρα
 καὶ μίαν πλευρὰν
 μιᾷ πλευρᾷ ἴσην
 ἦτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις
 ἢ τὴν ὑποτείνουσαν
 ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν,
 καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
 ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει
 καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν
 τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.



Eğer iki üçgenin
 iki açısı,
 iki açısına eşitse,
 her biri birine,
 ve bir kenar,
 bir kenara eşitse,
 ya eşit açılırlar arasında olan
 ya da karşılayan
 eşit açılardan birini,
 kalan kenarları da
 kalan kenarlarına eşit olacak,
 kalan açıları da
 kalan açılırlarına.



Ἐστω
 δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ
 τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ABΓ, BΓA
 δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔEZ, EZΔ
 ἴσας ἔχοντα
 ἑκατέραν ἑκατέρα,
 τὴν μὲν ὑπὸ ABΓ τῇ ὑπὸ ΔEZ,
 τὴν δὲ ὑπὸ BΓA τῇ ὑπὸ EZΔ·
 ἐχέτω δὲ
 καὶ μίαν πλευρὰν
 μιᾷ πλευρᾷ ἴσην,

Olsun
 iki üçgen ABΓ ve ΔEZ,
 iki ABΓ ve BΓA açıları
 iki ΔEZ ve EZΔ'ya
 eşit olan,
 her biri birine,
 ABΓ, ΔEZ'ya
 ve BΓA, EZΔ'ya;
 ayrıca olsun
 bir kenarı da
 bir kenarına eşit,

πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις
τὴν ΒΓ τῆ ΕΖ·

λέγω, ὅτι
καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει
ἐκατέραν ἐκατέρᾳ,
τὴν μὲν ΑΒ τῆ ΔΕ
τὴν δὲ ΑΓ τῆ ΔΖ,
καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν
τῆ λοιπῆ γωνία,
τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῆ ὑπὸ ΕΔΖ.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστίν
ἡ ΑΒ τῆ ΔΕ,
μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων ἡ ΑΒ,
καὶ κείσθω
τῆ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστίν
ἡ μὲν ΒΗ τῆ ΔΕ,
ἡ δὲ ΒΓ τῆ ΕΖ,
δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ
δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ
γωνία τῆ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν·
βάσεις ἄρα ἡ ΗΓ
βάσει τῆ ΔΖ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαί
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται,

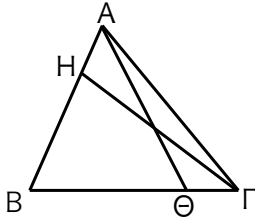
önce, eşit açılıarın arasında olan,
ΒΓ, ΕΖ'ya.

Diyorum ki
kalan kenarlar da
kalan kenarlara eşit olacaklar,
her biri birine,
ΑΒ, ΔΕ'a
ve ΑΓ, ΔΖ'ya,
ve kalan açı
kalan açığı,
ΒΑΓ, ΕΔΖ'ya.

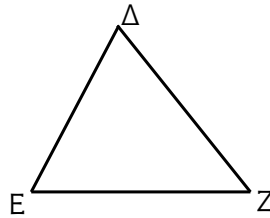
Zira eğer eşit değilse,
ΑΒ, ΔΕ kenarına,
biri daha büyüktür.
ΑΒ daha büyük olsun,
ve oturmuş olsun
ΔΕ'a eşit olan ΒΗ,
ve ΗΓ birleştirilmiş olsun.

Dolayısıyla eşit olduğundan
ΒΗ, ΔΕ'a
ve ΒΓ, ΕΖ'ya,
o halde ΒΗ ve ΒΓ ikilisi
ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
her biri birine,
ve ΗΒΓ açısı
ΔΕΖ açısına eşittir;
böylece ΗΓ tabanı
ΔΖ tabanına eşittir,
ve ΗΒΓ üçgeni
ΔΕΖ üçgenine eşittir,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacaklar

ὕψ' ἄς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
 ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία
 τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.
 ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ
 τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση·
 καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα
 τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν,
 ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι·
 ὅπερ ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ.
 ἴση ἄρα.
 ἔστι δὲ καὶ
 ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση·
 δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ
 δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρῃ·
 καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση·
 βάσις ἄρα ἡ ΑΓ
 βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
 καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
 τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ
 ἴση ἐστίν.



eşit kenarlar raptettiđi.
 Böylece ΒΓΗ açısı eşittir
 ΔΖΕ'a.
 Ama ΔΖΕ,
 ΒΓΑ'ya eşit kabul edilir,
 böylece ΒΓΗ de
 ΒΓΑ açısına eşittir,
 daha küçük olan daha büyük olana,
 ki bu imkânsızdır.
 Böylece eşit değil değildir,
 ΑΒ, ΔΕ kenarına.
 Böylece eşittir.
 Ve durum şöyledir;
 ΒΓ, ΕΖ kenarına eşittir;
 o halde ΑΒ ve ΒΓ ikilisi
 ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
 her biri birine;
 ΑΒΓ açısı da
 ΔΕΖ açısına eşittir;
 böylece ΑΓ tabanı
 ΔΖ tabanına eşittir,
 ve kalan ΒΑΓ açısı
 kalan ΕΔΖ açısına
 eşittir.



ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν
 αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑπο-
 τείνουσαι ἴσαι,

Ama o halde yine olsun
 eşit açuları rapteden kenarlar eşit,

ὡς ἡ AB τῆ ΔE .
λέγω πάλιν, ὅτι
καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται,
ἡ μὲν $ΑΓ$ τῆ ΔZ ,
ἡ δὲ $ΒΓ$ τῆ EZ
καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$
τῆ λοιπῆ γωνία τῆ ὑπὸ $EΔZ$
ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν
ἡ $ΒΓ$ τῆ EZ ,
μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ $ΒΓ$,
καὶ κείσθω
τῆ EZ ἴση ἡ $ΒΘ$,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΘ$.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστίν
ἡ μὲν $ΒΘ$ τῆ EZ
ἡ δὲ $ΑΒ$ τῆ ΔE ,
δύο δὲ αἱ $ΑΒ$, $ΒΘ$
δυσὶ ταῖς ΔE , EZ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκαρέρα·
καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν·
βάσει ἄρα ἡ $ΑΘ$
βάσει τῆ ΔZ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ $ΑΒΘ$ τρίγωνον
τῷ ΔEZ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνία
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται,
ὕψ' ἄς αἱ ἴσας πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα ἐστίν
ἡ ὑπὸ $ΒΘΑ$ γωνία τῆ ὑπὸ $EΖΔ$.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $EΖΔ$
τῆ ὑπὸ $ΒΓΑ$ ἐστίν ἴση·

AB , ΔE kenarına gibi;
Yine diyorum ki
kalan kenarlar da
kalan kenarlara eşit olacaklar,
 $ΑΓ$, ΔZ kenarına
ve $ΒΓ$, EZ kenarına
ve kalan $ΒΑΓ$ açısı da
kalan $EΔZ$ açısına
eşittir.

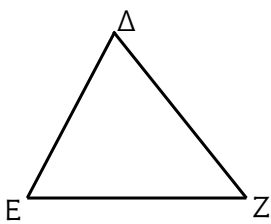
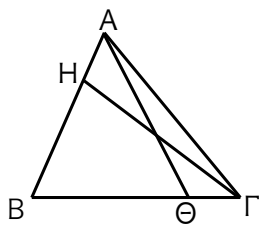
Zira eğer eşit değil ise,
 $ΒΓ$, EZ kenarına,
biri daha büyüktür.
Mümkünse, $ΒΓ$ daha büyük olsun,
ve oturmuş olsun
 EZ 'ya eşit olan $ΒΘ$,
ve $ΑΘ$ birleştirilmiş olsun.
Ayrıca eşit olduğundan
 $ΒΘ$, EZ kenarına,
ve $ΑΒ$, ΔE kenarına,
o halde $ΑΒ$ ve $ΒΘ$ ikilisi,
 ΔE ve EZ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve eşit açıları içerirler,
böylece $ΑΘ$ tabanı
 ΔZ tabanına eşittir,
ve $ΑΒΘ$ üçgeni
 ΔEZ üçgenine eşittir,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacak,
eşit kenarların raptettiği.
Böylece eşittir
 $ΒΘΑ$ açısı, $EΖΔ$ açısına.
Ama $EΖΔ$,
 $ΒΓΑ$ açısına eşittir;

τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ
 ἢ ἐκτὸς γωνία ἢ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ
 τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ·
 ὅπερ ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 ἢ ΒΓ τῇ ΕΖ·
 ἴση ἄρα.
 ἐστὶ δὲ καὶ ἢ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση.
 δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ
 δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
 καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι·
 βάσις ἄρα ἢ ΑΓ
 βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
 καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον
 καὶ λοιπὴ γωνία ἢ ὑπὸ ΒΑΓ
 τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
 τὰς δύο γωνίας
 δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχη
 ἑκατέραν ἑκατέρᾳ
 καὶ μίαν πλευρὰν
 μιᾶ πλευρᾷ ἴσην
 ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις,
 ἢ τὴν ὑποτείνουσαν
 ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν,
 καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
 ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει
 καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν
 τῇ λοιπῇ γωνίᾳ·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

o halde ΑΘΓ üçgeninin
 ΒΘΑ dış açısı eşittir
 iç ve karşıt ΒΓΑ açısına;
 ki bu imkânsızdır.
 Böylece eşit değil değildir
 ΒΓ, ΕΖ'ya;
 böylece eşittir.
 Ve tekrar ΑΒ, ΔΕ kenarına eşittir.
 O halde ΑΒ ve ΒΓ ikilisi
 ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
 her biri birine;
 ve eşit açılar içerirler;
 böylece ΑΓ tabanı
 ΔΖ tabanına eşittir,
 ve ΑΒΓ üçgeni
 ΔΕΖ üçgenine eşittir,
 ve kalan ΒΑΓ açısı
 kalan ΕΔΖ açısına eşittir.

Eğer, böylece, iki üçgenin
 iki açısı
 iki açısına eşitse,
 her biri birine,
 ve bir kenar
 bir kenara eşitse,
 ya eşit açılırlar arasında olan
 ya da rapteden
 eşit açılırlar birini;
 kalan kenarları da
 kalan kenarlarına eşit olacak,
 kalan açılırları da
 kalan açılırlarına;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



27. Önerme

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
τὰς ἐναλλάξ γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις
αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς AB, ΓΔ εὐθεῖα
ἐμπίπτουσα ἡ EZ
τὰς ἐναλλάξ γωνίας τὰς ὑπὸ AEZ,
EZΔ
ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω·

λέγω, ὅτι
παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ ΓΔ.

Εἰ γὰρ μή,
ἐκβαλλόμεναι
αἱ AB, ΓΔ συμπεσοῦνται
ἤτοι ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη
ἢ ἐπὶ τὰ A, Γ.
ἐκβεβλήσθωσαν
καὶ συμπιπτέτωσαν
ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη κατὰ τὸ H.
τριγώνου δὴ τοῦ HEZ
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ AEZ ἴση ἐστὶ
τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ EZH·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα
αἱ AB, ΔΓ ἐκβαλλόμεναι
συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη.
ὁμοίως δὲ δεიχθήσεται,

Eğer iki doğrunun üzerine
düşen bir doğru,
ters açıları
birbirine eşit yaparsa,
birbirine paralel olacak
doğrular.

Zira iki AB ve ΓΔ doğrularının üzerine
düşen EZ,
ters AEZ ve EZΔ açılarını
birbirine eşit yapsın.

Diyorum ki
AB, ΓΔ'ya paraleldir.

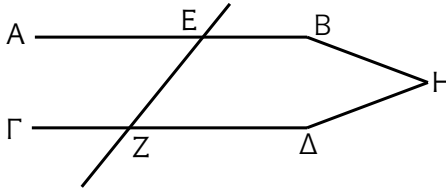
Zira eğer değilse,
uzatılan,
AB ve ΓΔ çarpışacak,
ya B ve Δ kenarında,
ya da A ve Γ kenarında.
Uzatılmış olsun,
ve çarpışsın
B ve Δ tarafında, H'da.
HEZ üçgeninin
AEZ dış açısı, eşittir
iç ve karşıt EZH'ya;
ki bu imkânsızdır.
Böylece şöyle değildir:
AB ve ΓΔ, uzatılmış,
B ve Δ tarafında çarpışacak.
Benzer şekilde o halde gösterilecek ki

ὅτι
 οὐδὲ ἐπὶ τὰ A, Γ·
 αὐτὴ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη
 συμπέπτουσαι
 παράλληλοί εἰσιν·
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας
 εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
 τὰς ἐναλλάξ γωνίας
 ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
 παράλληλοι ἔσονται
 αὐτὴ εὐθεῖαι·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

A ve Γ tarafında da değil.
 Hiçbir tarafta
 çarpışanlar,
 paraleldir;
 böylece AB, ΓΔ'ya paraleldir.

Eğer, böylece, iki doğru üzerine
 düşen bir doğru
 ters açıları
 birbirine eşit yaparsa
 birbirine paralel olacak
 doğrular;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



28. Önerme

Ἐάν εἰς δύο εὐθείας
 εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
 τὴν ἐκτὸς γωνίαν
 τῆ ἑντὸς καὶ ἀπεναντίον
 καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 ἴσην ποιῆ
 ἢ τὰς ἑντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας,
 παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις
 αὐ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ
 εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ
 τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ
 τῆ ἑντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνία τῆ ὑπὸ
 ΗΘΔ

ἴσην ποιεῖτω
 ἢ τὰς ἑντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας·

λέγω, ὅτι
 παράλληλός ἐστιν
 ἡ ΑΒ τῆ ΓΔ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν
 ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῆ ὑπὸ ΗΘΔ,
 ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ
 τῆ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴση,
 καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα
 τῆ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση·
 καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ·

Eğer iki doğru üzerine
 düşen bir doğru,
 dış açıyı,
 iç ve karşıt
 ve aynı tarafta [kalan] açığa
 eşit yaparsa,
 veya iç ve aynı tarafta [kalanları]
 iki dik açığa eşit,
 birbirine paralel olacak
 doğrular.

Zira ΑΒ ve ΓΔ doğruları üzerine
 düşen ΕΖ doğrusu,
 ΕΗΒ dış açısını
 iç ve karşıt ΗΘΔ açısına

eşit yapsın,
 veya iç ve aynı tarafta [kalan]
 ΒΗΘ ve ΗΘΔ açıları
 iki dik açığa eşit.

Diyorum ki
 paraleldir
 ΑΒ, ΓΔ'ya.

Zira eşit olduğundan
 ΕΗΒ, ΗΘΔ'ya,
 ama ΕΗΒ,
 ΑΗΘ'ya eşit olduğundan,
 böylece ΑΗΘ da
 ΗΘΔ'ya eşittir;
 ve onlar terstir;

παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῆ ΓΔ.

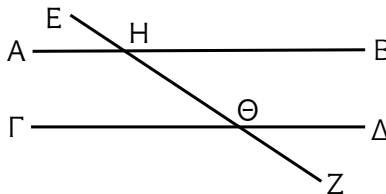
Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ BHΘ, HΘΔ
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν,
 εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ AHΘ, BHΘ
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι,
 αἱ ἄρα ὑπὸ AHΘ, BHΘ
 ταῖς ὑπὸ BHΘ, HΘΔ ἴσαι εἰσὶν·
 κοινὴ
 ἀφηρήσθω ἡ ὑπὸ BHΘ·
 λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AHΘ
 λοιπῆ τῆ ὑπὸ HΘΔ ἐστὶν ἴση·
 καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ·
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῆ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας
 εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
 τὴν ἐκτὸς γωνίαν
 τῆ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
 καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 ἴσην ποιῆ
 ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας,
 παράλληλοι ἔσονται
 αἱ εὐθεῖαι·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

böylece AB, ΓΔ'ya paraleldir.

Yine BHΘ ve HΘΔ,
 iki dik açığıya eşittir,
 ve AHΘ ve BHΘ de,
 iki dik açığıya eşittir,
 böylece AHΘ ve BHΘ,
 BHΘ ve HΘΔ'ya eşittir;
 ve ortak olarak
 BHΘ, ayırılmış olsun;
 böylece AHΘ kalanı
 HΘΔ kalanına eşittir;
 ve bunlar terstir;
 böylece AB, ΓΔ'ya paraleldir.

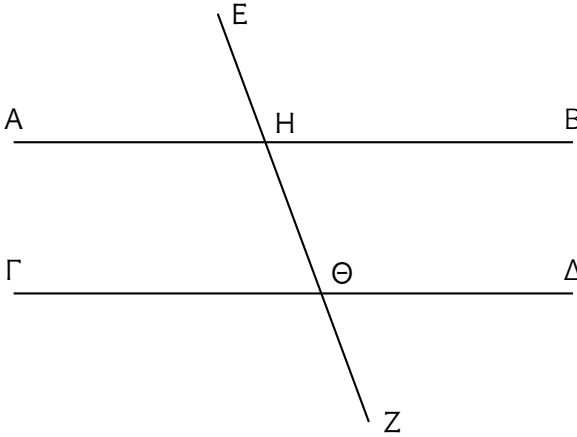
Eğer böylece iki doğru üzerine
 düşen bir doğru,
 dış açığı,
 iç ve karşıt
 ve aynı tarafta kalan açığıya
 eşit yaparsa,
 veya iç ve aynı tarafta kalanları,
 iki dik açığıya eşit,
 birbirine paralel olacak
 doğrular;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



29. Önerme

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα
 ἐμπίπτουσα
 τὰς τε ἐναλλάξ γωνίας
 ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ
 καὶ τὴν ἔκτος
 τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην
 καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Paralel doğrular üzerine düşen bir
 doğru
 hem ters açıları
 birbirine eşit yapar,
 hem dış [açı]yı
 iç ve karşıt [açı]ya eşit,
 hem iç ve aynı taraftaki [açı]ları
 iki dik açığa eşit.



Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς AB,
 ΓΔ
 εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ EZ·

Zira paralel AB ve ΓΔ doğruları üze-
 rine
 EZ doğrusu düşsün.

λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλάξ γωνίας τὰς ὑπὸ
 ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ
 καὶ τὴν ἔκτος γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ
 τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
 τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην
 καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη

Diyorum ki ters AHΘ ve HΘΔ açılıarı
 eşit yapar,
 ve EHB dış açısını
 iç ve karşıt
 HΘΔ'ya eşit,
 ve iç ve aynı taraftaki

τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν
 ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆ ὑπὸ ΗΘΔ,
 μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.
 ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ·
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ
 τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν.
 ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
 [καί] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ
 δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
 αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἡ δύο ὀρθῶν
 ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον
 συμπίπτουσιν·
 αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ
 ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον
 συμπεσοῦνται·
 οὐ συμπίπτουσι δὲ
 διὰ τὸ παραλλήλους αὐτάς
 ὑποκεῖσθαι·
 οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆ ὑπὸ ΗΘΔ·
 ἴση ἄρα.
 ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ
 τῆ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστὶν ἴση·
 καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα
 τῆ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση·
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ
 ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν.
 ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·

ΒΗΘ ile ΗΘΔ açılarını
 iki dik açığa eşit.

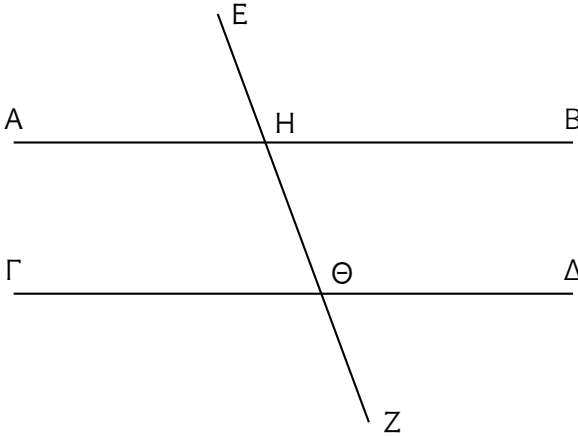
Zira eğer eşit değilse
 ΑΗΘ, ΗΘΔ açısına,
 biri büyüktür.
 ΑΗΘ daha büyük olsun;
 ortak olarak ΒΗΘ eklenmiş olsun;
 böylece ΑΗΘ ve ΒΗΘ,
 ΒΗΘ ve ΗΘΔ'dan büyüktür.
 Ama ΑΗΘ ve ΒΗΘ
 iki dik açığa eşittir.
 Böylece ΒΗΘ ve ΗΘΔ [da]
 iki dik açıdan küçüktür.
 Ve iki dik açıdan küçük [açılar]dan
 sonsuza uzatılan [doğrular],
 çarpışır.
 Böylece ΑΒ ve ΓΔ,
 uzatılınca sonsuza,
 çarpışır.
 Ama çarpışmaz,
 çünkü paralel
 kabul edilir.
 Böylece eşit değil değildir
 ΑΗΘ, ΗΘΔ'ya.
 Böylece eşittir.
 Ama ΑΗΘ,
 ΕΗΒ açısına eşittir;
 böylece ΕΗΒ da
 ΗΘΔ açısına eşittir;
 ortak olarak ΒΗΘ eklenmiş olsun;
 böylece ΕΗΒ ve ΒΗΘ,
 ΒΗΘ ve ΗΘΔ'ya eşittir.
 Ama ΕΗΒ ve ΒΗΘ
 iki dik açığa eşittir.

καὶ αὐτὰ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
τὰς τε ἐναλλάξ γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ
καὶ τὴν ἔκτος
τῆ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην
καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece $BH\Theta$ ve $H\Theta\Delta$ da
iki dik açığa eşittir.

Böylece paralel doğrular üzerine dü-
şen bir doğru
hem ters açıları
birbirine eşit yapar,
hem dış [açı]yı
iç ve karşıt [açı]ya eşit,
hem iç ve aynı taraftaki [açı]ları
iki dik açığa eşit;
gösterilmesi gereken tam buydu.



30. Önerme

Αί τῆ αὐτῆ εὐθεία παράλληλοι
καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Ἐστω
ἐκατέρα τῶν AB, ΓΔ
τῆ EZ παράλληλος·

λέγω, ὅτι
καὶ ἡ AB τῆ ΓΔ ἐστὶ παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ
εἰς αὐτάς εὐθεῖα ἡ HK.

καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς
AB, EZ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ HK,
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AHK τῆ ὑπὸ HΘZ.
πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας
τὰς EZ, ΓΔ
εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ HK,
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ HΘZ τῆ ὑπὸ HKΔ.
ἔδειχθη δὲ καὶ
ἡ ὑπὸ AHK τῆ ὑπὸ HΘZ ἴση.
καὶ ἡ ὑπὸ AHK ἄρα
τῆ ὑπὸ HKΔ ἐστὶν ἴση·
καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ,
παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῆ ΓΔ.

[Αἱ ἄρα τῆ αὐτῆ εὐθεία παράλληλοι
καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·]
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Aynı doğruya paraleller,
birbirine de paraleldir.

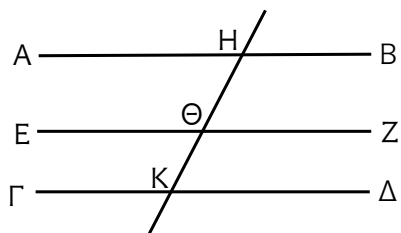
Olsun
AB ve ΓΔ'nın her biri,
EZ'ya paralel.

Diyorum ki
AB da ΓΔ'ya paraleldir.

Zira düşsün
üzerlerine HK.

Ve paralel AB ve EZ doğrularının üze-
rine
HK doğrusu düşmüş olduğundan,
böylece AHK, HΘZ'ya eşittir.
Yine, paralel EZ ve ΓΔ doğrularının
üzerine
HK doğrusu düşmüş olduğundan,
HΘZ, HKΔ açısına eşittir.
Ve gösterilmişti
AHK, HΘZ'ya eşit.
Ve böylece AHK,
HKΔ'ya eşittir;
ve bunlar terstir.
Böylece AB, ΓΔ'ya paraleldir.

Böylece aynı doğruya paraleller
birbirine de paraleldir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



31. Önerme

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου
τῆς δοθείσης εὐθείας παράλληλον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω

τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α,
ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ·

δεῖ δὴ

διὰ τοῦ Α σημείου
τῆς ΒΓ εὐθείας παράλληλον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω

ἐπὶ τῆς ΒΓ

τυχὸν σημεῖον τὸ Δ,

καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΔ·

καὶ συνεστάτω

πρὸς τῆς ΔΑ εὐθείας

καὶ τῶ πρὸς αὐτῆς σημείῳ τῶ Α

τῆς ὑπὸ ΑΔΓ γωνίας ἴση

ἢ ὑπὸ ΔΑΕ·

καὶ ἐκβεβλήσθω

ἐπ' εὐθείας τῆς ΕΑ

εὐθεῖα ἡ ΑΖ.

καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ
εὐθεῖα ἐμπέπτουσα ἡ ΑΔ
τὰς ἐναλλάξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ,
ΑΔΓ

ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν,

παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῆς ΒΓ.

Verilmiş bir noktadan
verilmiş bir doğruya paralel
bir doğru çizgi ilerlemek.

Olsun

verilmiş nokta Α,
ve verilmiş doğru ΒΓ·

Ο halde gereklidir

Α noktasından
ΒΓ doğrusuna paralel
bir doğru çizgi ilerlemek.

alınmış olsun

ΒΓ üzerinde

rastgele bir Δ noktası,

ve ΑΔ birleştirilmiş olsun,

ve inşa edilmiş olsun,

ΔΑ doğrusunda,

ve onun Α noktasında,

ΑΔΓ açısına eşit,

ΔΑΕ;

ve uzatılmış olsun,

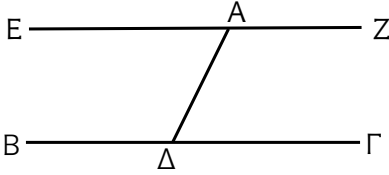
ΕΑ ile aynı doğruda,

ΑΖ doğrusu.

Ve ΒΓ ve ΕΖ doğruları üzerine
düşen ΑΔ doğrusu,
ters ΕΑΔ ve ΑΔΓ açılarını
birbirine eşit yaptığından,
böylece ΕΑΖ, ΒΓ'ya paraleldir.

Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ A
τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς BΓ παράλληλος
εὐθεῖα γραμμὴ ἤκται ἡ EAZ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

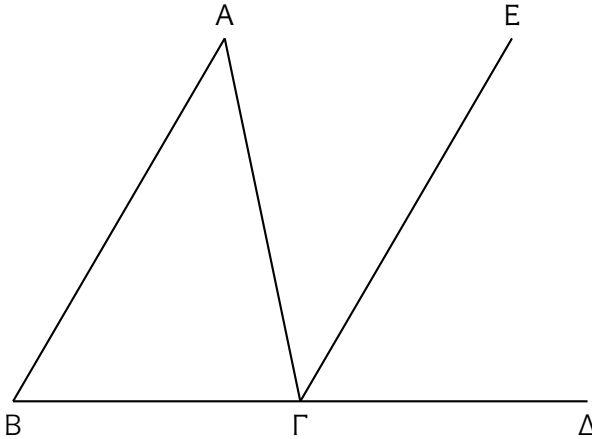
Böylece, verilmiş A noktasından,
verilmiş BΓ doğrusuna paralel,
doğru EAZ çizgisi, ilerletilmiş oldu;
yapılması gereken tam buydu.



32. Önerme

Παντὸς τριγώνου
 μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης
 ἡ ἔκτος γωνία
 δυοῖ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
 ἴση ἐστίν,
 καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γω-
 νίαί
 δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Herhangi bir üçgenin
 kenarlarından biri uzatılınca,
 dış açı
 iki karşıt iç açiya
 eşittir,
 ve üçgenin üç iç açısı
 iki dik açiya eşittir.



Ἐστω
 τρίγωνον τὸ ABΓ,
 καὶ προσεκβεβλήσθω
 αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ BΓ
 ἐπὶ τὸ Δ·

λέγω, ὅτι
 ἡ ἔκτος γωνία ἡ ὑπὸ AΓΔ ἴση ἐστὶ
 δυοῖ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
 ταῖς ὑπὸ ΓAB, ABΓ,

Olsun
 üçgen ABΓ,
 ve uzatılmış olsun
 onun BΓ kenarı
 Δ noktasına.

Diyorum ki
 AΓΔ dış açısı eşittir
 iki iç ve karşıt
 ΓAB ve ABΓ açılara,

καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι

αἱ ὑπὸ ABΓ, BΓA, ΓAB
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἦχθω γάρ
διὰ τοῦ Γ σημείου
τῆ AB εὐθείᾳ παράλληλος
ἡ ΓΕ.

καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ AB τῆ ΓΕ,
καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν
ἡ AΓ,
αἱ ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ BAΓ, AΓE
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ AB τῆ ΓΕ,
καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν
εὐθεῖα ἡ BΔ,
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ EΓΔ ἴση ἐστὶ
τῆ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆ ὑπὸ ABΓ.
ἐδείχθη δὲ καὶ
ἡ ὑπὸ AΓE τῆ ὑπὸ BAΓ ἴση·
ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ AΓΔ γωνία
ἴση ἐστὶ
δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
ταῖς ὑπὸ BAΓ, ABΓ.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ AΓB·
αἱ ἄρα ὑπὸ AΓΔ, AΓB
τρισὶ ταῖς ὑπὸ ABΓ, BΓA, ΓAB
ἴσαι εἰσίν.
ἀλλ' αἱ ὑπὸ AΓΔ, AΓB
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·

ve üçgenin üç iç açısı

—ABΓ, BΓA, ve ΓAB—,
iki dik açiya eşittir.

Zira ilerletilmiş olsun
Γ noktasından
AB doğrusuna paralel
ΓE.

Ve paralel olduğundan
AB, ΓE'a,
ve bunların üzerine düştüğünden
AΓ,
ters BAΓ ve AΓE açıları
birbirine eşittir.
Yine, paralel olduğundan
AB, ΓE doğrusuna,
ve bunların üzerine düştüğünden
BΔ doğrusu,
EΓΔ dış açısı eşittir
iç ve karşıt ABΓ açısına.
Ve gösterilmişti
AΓE da, BAΓ açısına eşit.
Böylece bütün AΓΔ açısı
eşittir
iki iç ve karşıt
BAΓ ve ABΓ açılarna.

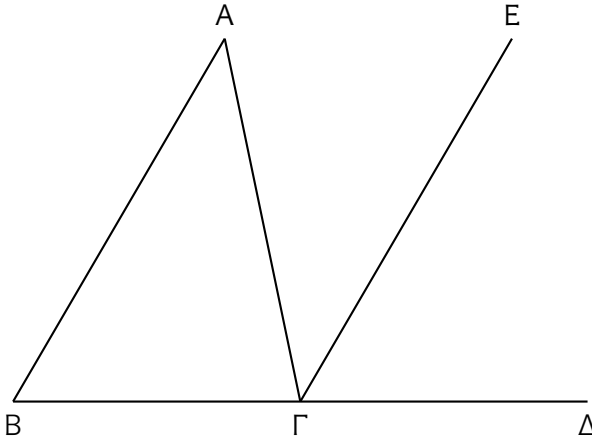
Ortak olarak AΓB eklensin;
böylece AΓΔ ve AΓB açıları
ABΓ, BΓA ve ΓAB üçlüsüne
eşittir.
Ama AΓΔ ve AΓB,
iki dik açiya eşittir;

καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης
ἡ ἐκτὸς γωνία
δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
ἴση ἐστίν,
καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γω-
νίαι
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

böylece ΑΓΒ , ΓΒΑ ve ΓΑΒ da
iki dik açığa eşittir.

Böylece, herhangi bir üçgenin
kenarlarından biri uzatılınca,
dış açı
iki karşıt iç açığa
eşittir,
ve üçgenin üç iç açısı
iki dik açığa eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



33. Önerme

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι
εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐστῶσαν
ἴσαι τε καὶ παράλληλοι
αἱ AB, ΓΔ,
καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ.

λέγω, ὅτι
καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεξεύχθω ἡ ΒΓ.
καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ AB τῆ ΓΔ,
καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν
ἡ ΒΓ,
αἱ ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ABΓ, ΒΓΔ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῆ ΓΔ
κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ,
δύο δὴ αἱ AB, ΒΓ
δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν.
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ABΓ
γωνία τῆ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση.
βάσις ἄρα ἡ ΑΓ
βάσει τῆ ΒΔ ἐστὶν ἴση,
καὶ τὸ ABΓ τρίγωνον

Eşit paralelleri
aynı tarafta birleştiren
doğruların kendileri de
hem eşit hem paraleldirler.

Olsun
eşit paraleller
AB ve ΓΔ,
ve bunları birleştirsın
aynı tarafta
ΑΓ ve ΒΔ doğruları.

Diyorum ki
ΑΓ ve ΒΔ da
eşit ve paraleldir.

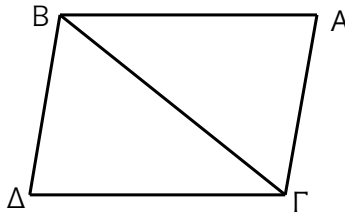
ΒΓ birleştirilmiş olsun.
Ve paralel olduğundan
AB, ΓΔ'ya,
ve bunların üzerine düştüğünden
ΒΓ,
ters ABΓ ve ΒΓΔ açıları
birbirine eşittir.
Ve AB, ΓΔ'ya eşit olduğundan,
ve ΒΓ ortak [olduğundan],
AB ve ΒΓ ikilisi
ΒΓ ve ΓΔ ikilisine eşittir;
ABΓ açısı da
ΒΓΔ açısına eşittir;
böylece ΑΓ tabanı
ΒΔ tabanına eşittir,
ve ABΓ üçgeni

τῷ $B\Gamma\Delta$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἐκατέρα ἐκατέρᾳ,
ὕψ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Gamma B\Delta$.
καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς $A\Gamma$, $B\Delta$
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ $B\Gamma$
τὰς ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις
πεποίηκεν,
παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ $B\Delta$.
ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι
εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

$B\Gamma\Delta$ üçgenine eşittir,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacak,
her biri birine,
eşit kenarların raptettiği;
böylece eşittir
 $A\Gamma B$ açısı, $\Gamma B\Delta$ 'ya.
Ve iki $A\Gamma$ ve $B\Delta$ doğrularının üzerine
düşen $B\Gamma$ doğrusu,
ters açuları birbirine eşit
yaptığından,
böylece $A\Gamma$, $B\Delta$ 'ya paraleldir.
Ve ona eşit olduğu da gösterilmişti.

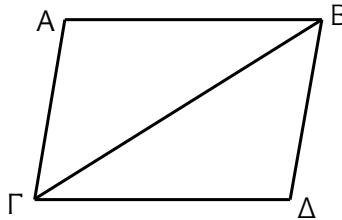
Böylece eşit paralelleri
aynı tarafta birleştiren
doğruların kendileri de
hem eşit hem paraleldirler;
gösterilmesi gereken tam buydu.



34. Önerme

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων
αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,
καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Paralelkenar alanların
hem karşıt kenarları hem de açıları,
birbirine eşittir,
ve köşegen onları ikiye böler.



Ἐστω
παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ·

Olsun
paralelkenar alan ΑΓΔΒ;
ve onun köşegeni, ΒΓ.

λέγω, ὅτι
τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου
αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,
καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

Diyorum ki
ΑΓΔΒ paralelkenarının
karşıt kenarları ve açıları
birbirine eşittir,
ve ΒΓ köşegeni onu ikiye böler.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΒ τῆ ΓΔ,
καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ,

Zira paralel olduğundan
ΑΒ, ΓΔ'ya,
ve bunların üzerine düşmüş olduğun-
dan ΒΓ,

αἱ ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ters ΑΒΓ ve ΒΓΔ açıları
birbirine eşittir.

πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΓ τῆ ΒΔ,
καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ,

Yine, paralel olduğundan
ΑΓ, ΒΔ'ya,
ve bunların üzerine düşmüş olduğun-
dan ΒΓ,

αί ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

δύο δὴ τρίγωνά ἐστι

τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ

τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ

δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ

ἴσας ἔχοντα

ἐκατέραν ἐκατέρα

καὶ μίαν πλευράν μιᾶ πλευρᾷ ἴσην

τὴν πρὸς ταῖς ἴσας γωνίας

κοινήν αὐτῶν τὴν ΒΓ·

καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς

ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἔξει

ἐκατέραν ἐκατέρα

καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν

τῇ λοιπῇ γωνίᾳ·

ἴση ἄρα

ἢ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ,

ἢ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ,

καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν

ἢ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν

ἢ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ,

ἢ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ,

ὅλη ἄρα ἢ ὑπὸ ΑΒΔ

ὅλη τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση.

ἔδειχθη δὲ καὶ

ἢ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση.

Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων
αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Λέγω δὴ, ὅτι

καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

ters ΑΓΒ ve ΓΒΔ açıları
birbirine eşittir.

O halde iki üçgendir

ΑΒΓ ve ΒΓΔ,

iki ΑΒΓ ve ΒΓΑ açıları

iki ΒΓΔ ve ΓΒΔ açılarına

eşit olan,

her biri birine,

ve bir kenarı, bir kenarına eşit olan,

eşit açılarının yanında olan,

onların ortak ΒΓ;

böylece kalan kenarları da

kalan kenarlarına eşit olacaklar,

her biri birine,

ve kalan açı

kalan açıya;

böylece eşittir

ΑΒ kenarı ΓΔ'ya,

ve ΑΓ, ΒΔ'ya,

ve eşittir

ΒΑΓ açısı, ΓΔΒ'ya.

Ve eşit olduğundan

ΑΒΓ açısı, ΒΓΔ'ya,

ve ΓΒΔ, ΑΓΒ açısına,

böylece bütün ΑΒΔ,

bütün ΑΓΔ'ya eşittir.

Ve gösterilmişti

ΒΑΓ da, ΓΔΒ'ya eşit.

Böylece, paralelkenar alanların
hem karşıt kenarları hem de açıları,
birbirine eşittir.

O halde diyorum ki

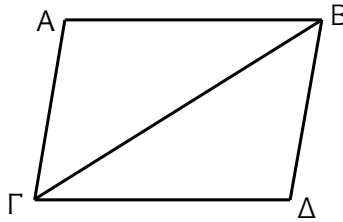
köşegen de onları ikiye böler.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$,
 κοινὴ δὲ ἡ $B\Gamma$,
 δύο δὴ αἱ AB , $B\Gamma$
 δυοὶ ταῖς $\Gamma\Delta$, $B\Gamma$ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν·
 καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ ἴση.
 καὶ βάσις ἄρα ἡ $A\Gamma$
 τῇ ΔB ἴση.
 καὶ τὸ $AB\Gamma$ [ἄρα] τρίγωνον
 τῷ $B\Gamma\Delta$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

Ἡ ἄρα $B\Gamma$ διάμετρος δίχα τέμνει
 τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Zira AB , $\Gamma\Delta$ 'ya eşit olduğundan,
 ve $B\Gamma$ ortak olduğundan,
 o halde AB ve $B\Gamma$ ikilisi
 $\Gamma\Delta$ ve $B\Gamma$ ikilisine eşittir,
 her biri birine;
 ve $AB\Gamma$ açısı,
 $B\Gamma\Delta$ açısına eşittir.
 Böylece $A\Gamma$ tabanı da,
 ΔB 'ya eşittir.
 Böylece $AB\Gamma$ üçgeni de
 $B\Gamma\Delta$ üçgenine eşittir.

Böylece $B\Gamma$ köşegeni ikiye böler
 $AB\Gamma\Delta$ paralelkenarını;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



35. Önerme

Τὰ παραλληλόγραμμα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω
παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ
ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΑΖ, ΒΓ.

λέγω, ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ
τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμὸν ἐστὶ
τὸ ΑΒΓΔ,
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση·
ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση·
καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ·
ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ
ὅλη τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση.
ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση·
δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ
δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρῃ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστὶν ἴση
ἢ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς·
βάσις ἄρα ἡ ΕΒ

Paralelkenarlar
aynı tabanda olan
ve aynı paralellerde,
birbirine eşittir.

Olsun
paralelkenarlar ΑΒΓΔ ve ΕΒΓΔ,
aynı ΓΒ tabanında,
ve aynı ΑΖ ve ΒΓ paralellerinde.

Diyorum ki
ΑΒΓΔ eşittir
ΕΒΓΖ paralelkenarına.

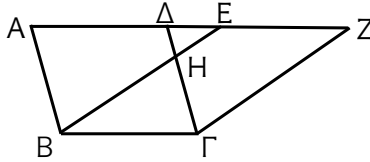
Zira paralelkenar olduğundan
ΑΒΓΔ,
ΑΔ, ΒΓ'ya eşittir.
Aynı sebeple o halde
ΕΖ da, ΒΓ'ya eşittir;
öyleyse ΑΔ da ΕΖ'ya eşittir;
ve ΔΕ ortaktır;
böylece bütün ΑΕ,
bütün ΔΖ'ya eşittir.
ΑΒ da ΔΓ'ya eşittir.
O halde ΕΑ ve ΑΒ ikilisi
ΖΔ ve ΔΓ ikilisine eşittir
her biri birine;
ve ΖΔΓ açısı da
ΕΑΒ açısına eşittir,
dış açı, iç açiya;
böylece ΕΒ tabanı

βάσει τῆ ΖΓ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον
τῷ ΔΖΓ τριγώνω ἴσον ἔσται·
κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ΔΗΕ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον
λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον·
κοινὸν προσκείσθω
τὸ ΗΒΓ τρίγωνον·
ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμ-
μον
ὅλω τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον
ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ZΓ tabanına eşittir,
ve EAB üçgeni
ΔΖΓ üçgenine eşit olacak;
ortak ΔΗΕ ayrılmış olsun;
böylece kalan ABΗΔ yamuğu¹⁹
kalan ΕΗΓΖ yamuğuna eşittir;
ortak olarak eklenmiş olsun
ΗΒΓ üçgeni;
böylece bütün ΑΒΓΔ paralelkenarı,
bütün ΕΒΓΖ paralelkenarına eşittir.

Böylece paralelkenarlar;
aynı tabanda olan
ve aynı paralellerde olanlar,
birbirine eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



¹⁹Yani *trapezion*.

36. Önerme

Τὰ παραλληλόγραμμα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω
παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ
ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΑΘ, ΒΗ·

λέγω, ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμ-
μον
τῷ ΕΖΗΘ.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ
αἱ ΒΕ, ΓΘ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ,
ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση,
καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση.
εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι.
καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ·
αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι
[καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα
ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι].
παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΕΒΓΘ.
καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ·

Paralelkenarlar
eşit tabanlarda olan
ve aynı paralellerde,
birbirine eşittir.

Olsun
paralelkenarlar ΑΒΓΔ ve ΕΖΗΘ
eşit ΒΓ ve ΖΗ tabanlarında,
ve aynı ΑΘ ve ΒΗ paralellerinde.

Diyorum ki
ΑΒΓΔ paralelkenarı eşittir
ΕΖΗΘ'ya.

Zira birleştirilmiş olsun
ΒΕ ile ΓΘ.

Ve eşit olduğundan ΒΓ ile ΖΗ,
ama ΖΗ, ΕΘ'ya eşit olduğundan,
böylece ΒΓ da, ΕΘ'ya eşittir.
Ve paraleldirler de.
Ve ΕΒ ve ΘΓ onları birleştirir.
Ve hem eşit hem paraleller
aynı tarafta birleştirenler
hem eşit hem paraleldir.
[Ve böylece ΕΒ ve ΘΓ,
hem eşit hem paraleldir.]
Böylece ΕΒΓΘ bir paralelkenardır.
Ve eşittir ΑΒΓΔ'ya.

βάσιν τε γὰρ αὐτῶ τὴν αὐτὴν ἔχει
τὴν ΒΓ,

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν
αὐτῶ ταῖς ΒΓ, ΑΘ.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ

καὶ τὸ ΕΖΗΘ

τῶ αὐτῶ τῶ ΕΒΓΘ ἐστὶν ἴσον·

ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμ-
μον

τῶ ΕΖΗΘ ἐστὶν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα

τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις

ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν·

ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Zira onunla aynı ΒΓ tabanı vardır,

ve onunla aynı ΒΓ ve ΑΘ paralellerin-
dedir.

Aynı sebeple o halde,

ΕΖΗΘ da,

aynı ΕΒΓΘ'ya eşittir;

öyleyse ΑΒΓΔ paralelkenarı da,

ΕΖΗΘ'ya eşittir.

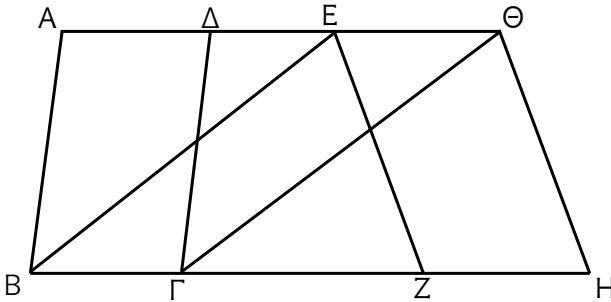
Böylece paralelkenarlar

eşit tabanlarda olan

ve aynı paralellerde,

birbirine eşittir;

gösterilmesi gereken tam buydu.



37. Önerme

Τὰ τρίγωνα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω
τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ
ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΑΔ, ΒΓ.

λέγω, ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω
ἡ ΑΔ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη
ἐπὶ τὰ Ε, Ζ,
καὶ διὰ μὲν τοῦ Β
τῆ ΓΑ παράλληλος
ἦχθω ἡ ΒΕ,
διὰ δὲ τοῦ Γ
τῆ ΒΔ παράλληλος
ἦχθω ἡ ΓΖ.

παραλληλόγραμμον ἄρα
ἐστὶν ἐκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ.
καὶ εἰσιν ἴσα·
ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς
ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΓ, ΕΖ.

Üçgenler
aynı tabanda olan
ve aynı paralellerde,
birbirine eşittir.

Olsun
üçgenler ΑΒΓ ve ΔΒΓ,
aynı ΒΓ tabanında
ve aynı paralellerinde
[yani] ΑΔ ve ΒΓ.

Diyorum ki
ΑΒΓ üçgeni, eşittir
ΔΒΓ üçgenine.

Uzatılmış olsun
ΑΔ doğruyu, her iki kenarda,
Ε ve Ζ noktalarına,
ve Β'dan,
ΓΑ'ya paralel
ΒΕ ilerletilmiş olsun,
ve Γ'dan
ΒΔ'ya paralel
ΓΖ ilerletilmiş olsun.

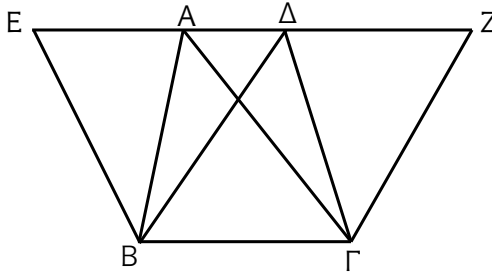
Böylece paralelkenardır
biri ΕΒΓΑ ile ΔΒΓΖ;
ve [bunlar] eşittir;
zira hem aynı ΒΓ tabanında
hem aynı ΒΓ ve ΕΖ paralellerinde;

καί ἐστὶ τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλο-
γράμμου ἥμισυ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον·
ἢ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει·
τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου
ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον·
ἢ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.
[τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν].
ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ve ΕΒΓΑ paralelkenarının yarısı,
ΑΒΓ üçgenidir,
zira ΑΒ köşegeni onu ikiye böler;
ve ΔΒΓΖ paralelkenarının
yarısı, ΔΒΓ üçgenidir,
zira ΔΓ köşegeni onu ikiye böler.
[Ve eşitlerin yaruları
birbirine eşittir.]
Böylece eşittir
ΑΒΓ üçgeni ΔΒΓ üçgenine.

Böylece üçgenler
aynı tabanda olan
ve aynı paralellerde,
birbirine eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



38. Önerme

Τὰ τρίγωνα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω
τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ
ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΖ, ΑΔ·

λέγω, ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ
ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ,
καὶ διὰ μὲν τοῦ Β
τῆ ΓΑ παράλληλος
ἦχθω ἡ ΒΗ,
διὰ δὲ τοῦ Ζ
τῆ ΔΕ παράλληλος
ἦχθω ἡ ΖΘ.

παραλληλόγραμμον ἄρα
ἐστὶν ἐκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ·
καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ·
ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ,
ΕΖ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΖ, ΗΘ·

Üçgenler
eşit tabanlarda olan
ve aynı paralelerde,
birbirine eşittir.

Olsun
üçgenler ΑΒΓ ve ΔΕΖ
eşit ΒΓ ve ΕΖ tabanlarında
ve aynı ΒΖ ve ΑΔ paralellerinde.

Diyorum ki
ΑΒΓ üçgeni, eşittir
ΔΕΖ üçgenine.

Zira ΑΔ uzatılmış olsun
her iki tarafta Η ve Θ'ya,
ve Β'dan,
ΓΑ'ya paralel,
ΒΗ ilerletilmiş olsun,
ve Ζ'dan,
ΔΕ'a paralel,
ΖΘ ilerletilmiş olsun.

Böylece paralelkenardır
biri ΗΒΓΑ ile ΔΕΖΘ;
ve ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ'ya eşittir;
zira hem eşit ΒΓ ve ΕΖ tabanlarında,
hem aynı ΒΖ ve ΗΘ paralellerinde;

καί ἐστὶ τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλο-
γράμμου ἡμισυ

τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.

ἢ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει·
τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἡ-
μισυ

τὸ ΖΕΔ τρίγωνον·

ἢ γὰρ ΔΖ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει
[τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση

ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν].

ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον

τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα

τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις

ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·

ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ve ΗΒΓΑ paralelkenarının yarisı,

ΑΒΓ üçgenidir.

Zira ΑΒ köşegeni onu ikiye böler;

ve ΔΕΖΘ paralelkenarının yarisı,

ΖΕΔ üçgenidir;

zira ΔΖ köşegeni onu ikiye böler.

[Ve eşitlerin yarıları,

birbirine eşittir.]

Böylece ΑΒΓ üçgeni eşittir

ΔΕΖ üçgenine.

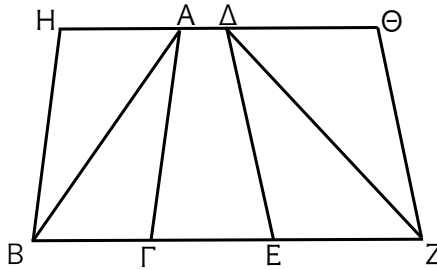
Böylece üçgenler

eşit tabanlarda olan

ve aynı paralellerde,

birbirine eşittir;

gösterilmesi gereken tam buydu.



39. Önerme

Τὰ ἴσα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω
ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ
ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ·

[λέγω, ὅτι
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.]

Ἐπεξεύχθω [γάρ] ἡ ΑΔ·

λέγω, ὅτι
παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῆ ΒΓ.

Εἰ γὰρ μή,
ἤχθω
διὰ τοῦ Α σημείου
τῆ ΒΓ εὐθεία παράλληλος
ἡ ΑΕ,
καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΕΓ.
ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΕΒΓ τριγώνω·
ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστίν
αὐτῷ τῆς ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις.
ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστίν ἴσον·

Eşit üçgenler
aynı tabanda olan
ve aynı tarafında,
aynı paralellerdedir de.

Olsun
eşit üçgenleri ΑΒΓ ve ΔΒΓ
aynı ΒΓ tabanında ve aynı tarafında
olan.

[Diyorum ki
aynı paralellerdedirler de.

[Zira]²⁰ΑΔ birleştirilmiş olsun.

Diyorum ki
paraleldir ΑΔ, ΒΓ tabanına.

Zira eğer değil ise,
ilerletilmiş olsun
Α noktasından
ΒΓ doğrusuna paralel
ΑΕ,
ve ΕΓ birleştirilmiş olsun.
Eşittir böylece
ΑΒΓ üçgeni,
ΕΒΓ üçgenine;
zira hem onunla aynı ΒΓ tabanında,
hem aynı paralellerdedir.
Ama ΑΒΓ, ΔΒΓ'ya eşittir.

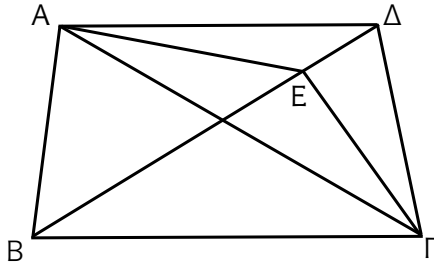
²⁰Heath'in notuna [5, I.337] bakınız.

καὶ τὸ $\Delta B\Gamma$ ἄρα τῷ $E B\Gamma$ ἴσον ἐστὶ
τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν
ἡ AE τῇ $B\Gamma$.
ὁμοίως δὴ δείξομεν,
ὅτι
οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς AD
ἡ AD ἄρα τῇ $B\Gamma$ ἐστὶ παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ve böylece $\Delta B\Gamma$, $E B\Gamma$ 'ya eşittir,
büyük küçüğe;
ki bu imkânsızdır.
Böylece paralel değildir
 AE , $B\Gamma$ 'ya.
Benzer şekilde o halde göstereceğiz
ki
 AD dışındakiler de [paralel] değildir;
böylece AD , $B\Gamma$ 'ya paraleldir.

Böylece eşit üçgenler
aynı tabanda olan
ve onun aynı tarafında,
aynı paralellerdedirler de;
gösterilmesi gereken tam buydu.



40. Önerme

(Bu önerme, Öklid'in orijinal metne bir ilâvedir. Heath'in [5, I.338] notuna bakınız.)

Τὰ ἴσα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Eşit üçgenler,
eşit tabanlarda
ve aynı tarafta olan,
aynı paralellerdedirler de.

Ἐστω
ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ
ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Olsun
eşit üçgenler ΑΒΓ ve ΓΔΕ,
eşit ΒΓ ve ΓΕ tabanlarında,
ve aynı tarafta olan.

λέγω, ὅτι
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Diyorum ki
aynı paralellerdedirler de.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ·

Zira ΑΔ birleştirilmiş olsun.

λέγω, ὅτι
παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Diyorum ki
paraleldir ΑΔ, ΒΕ doğrusuna.

Εἰ γὰρ μή,
ἦχθω
διὰ τοῦ Α
τῇ ΒΕ παράλληλος
ἡ ΑΖ,
καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΖΕ.
Ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ·
ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν ΒΓ,
ΓΕ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς

Zira eğer değil ise,
ilerletilmiş olsun
Α noktasından,
ΒΕ' a paralel,
ΑΖ,
ve ΖΕ birleştirilmiş olsun.
Böylece eşittir
ΑΒΓ üçgeni
ΖΓΕ üçgenine;
zira hem eşit ΒΓ ve ΓΕ tabanlarında,
hem aynı ΒΕ ve ΑΖ paralellerindedir.

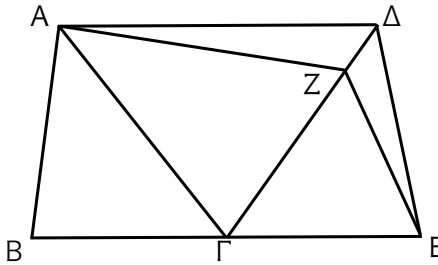
BE, AZ.

ἀλλὰ τὸ ABΓ τρίγωνον
ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τρίγωνω].
καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον]
ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνω
τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα παράλληλος
ἡ AZ τῆς BE.
ὁμοίως δὴ δείξομεν,
ὅτι
οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς AΔ·
ἡ AΔ ἄρα τῆς BE ἐστὶ παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ama ABΓ üçgeni,
ΔΓΕ üçgenine eşittir;
ve böylece ΔΓΕ üçgenini
ΖΓΕ üçgenine eşittir,
büyük küçüğe;
ki bu imkânsızdır.
Böylece paralel değildir
AZ, BE'a.
Benzer şekilde o halde göstereceğiz
ki
AΔ dışındakiler de [paralel] değildir;
böylece AΔ, BE'a paraleldir.

Böylece eşit üçgenler
eşit tabanlarda olan
ve aynı tarafta,
aynı paralelerdedir de;
gösterilmesi gereken tam buydu.



41. Önerme

Ἐάν παραλληλόγραμμον
 τριγώνω
 βάσιν τε ἕχη τὴν αὐτὴν
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἦ,
 διπλάσιόν ἐστὶ
 τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ
 τριγώνω τῷ ΕΒΓ
 βάσιν τε ἔχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω
 ταῖς ΒΓ, ΑΕ·

λέγω, ὅτι
 διπλάσιόν ἐστὶ
 τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον
 τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ.

ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 τῷ ἘΒΓ τριγώνω·
 ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν
 αὐτῷ τῆς ΒΓ
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
 ΒΓ, ΑΕ.

ἀλλὰ τὸ ἈΒΓΔ παραλληλόγραμμον
 διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου·
 ἢ γὰρ ἈΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει·
 ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον
 καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Eğer bir paralelkenar
 bir üçgenle
 hem aynı tabana sahipse,
 hem aynı paralellerdeyse,
 iki katıdır
 paralelkenar, üçgenin.

Zira ΑΒΓΔ paralelkenarı,
 ΕΒΓ üçgeniyle
 hem aynı ΒΓ tabanına sahip olsun,
 hem aynı ΒΓ ve ΑΕ paralellerinde ol-
 sun.

Diyorum ki
 iki katıdır
 ΑΒΓΔ paralelkenarı,
 ΒΕΓ üçgeninin.

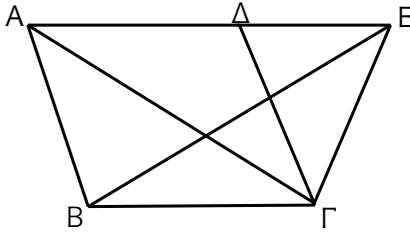
Zira ΑΓ birleştirilmiş olsun.

Eşittir ΑΒΓ üçgeni
 ΕΒΓ üçgenine;
 zira onunla hem aynı ΒΓ tabanına sa-
 hiptir,
 hem aynı ΒΓ ve ΑΕ paralellerindedir.

Ama ΑΒΓΔ paralelkenarı,
 ΑΒΓ üçgeninin iki katıdır;
 zira ΑΓ köşegeni onu ikiye böler;
 öyleyse ΑΒΓΔ paralelkenarı,
 ΕΒΓ üçgeninin de iki katıdır.

Ἐάν ἄρα παραλληλόγραμμον
 τριγώνω
 βάσιν τε ἔχη τὴν αὐτὴν
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾗ,
 διπλάσιόν ἐστὶ
 τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, eğer bir paralelkenar
 bir üçgenle
 hem aynı tabana sahipse,
 hem aynı paralellerdeyse,
 iki katıdır
 paralelkenar, üçgenin;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



42. Önerme

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον
 παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
 ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω
 τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ,
 ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ·

δεῖ δὴ
 τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον
 παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
 ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε,
 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ,
 καὶ συνεστάτω
 πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ
 καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε
 τῇ Δ γωνίᾳ ἴση
 ἡ ὑπὸ ΓΕΖ,
 καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος
 ἦχθω ἡ ΑΗ,
 διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος
 ἦχθω ἡ ΓΗ·
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
 ΖΕΓΗ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ,
 ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
 τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ·
 ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν ΒΕ,

Verilmiş bir üçgene eşit
 bir paralelkenarı inşa etmek
 verilmiş bir düzkenar açıda.

Olsun
 verilmiş üçgen ΑΒΓ,
 ve verilmiş düzkenar açısı Δ.

O halde gereklidir
 ΑΒΓ üçgenine eşit
 bir paralelkenar inşa etmek
 Δ düzkenar açısında.

ΒΓ, Ε'da ikiye bölünmüş olsun,
 ve ΑΕ birleştirilmiş olsun,
 ve inşa edilmiş olsun
 ΕΓ doğrusunda,
 ve üzerindeki Ε noktasında,
 Δ açısına eşit,
 ΓΕΖ,
 ayrıca, Α'dan, ΕΓ'ya paralel,
 ΑΗ ilerletilmiş olsun,
 ve Γ'dan, ΕΖ'ya paralel,
 ΓΗ ilerletilmiş olsun;
 böylece ΖΕΓΗ bir paralelkenardır.

Ve eşit olduğundan
 ΒΕ, ΕΓ'ya,
 ΑΒΕ üçgeni de eşittir
 ΑΕΓ üçgenine;
 zira hem eşit ΒΕ ve ΕΓ tabanlarında,

ΕΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΓ, ΑΗ·

διπλάσιον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου.
ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμ-
μον

διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου·
βάσιν τε γὰρ αὐτῶ τὴν αὐτὴν ἔχει

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῶ παραλ-
λήλοις·

ἴσον ἄρα ἐστὶ

τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον
τῶ ΑΒΓ τριγώνω.

καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν
ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

Τῶ ἄρα δοθέντι τριγώνω τῶ ΑΒΓ
ἴσον

παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ
ΖΕΓΗ

ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ,

ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ·

ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

hem aynı ΒΓ ve ΑΗ paralelerindedir;

iki katıdır böylece

ΑΒΓ üçgeni, ΑΕΓ üçgeninin,
ayrıca ΖΕΓΗ paralelkenarı

ΑΕΓ üçgeninin iki katıdır;

zira hem onunla aynı tabana sahiptir
hem onunla aynı paralellerdedir;

böylece eşittir

ΖΕΓΗ paralelkenarı

ΑΒΓ üçgenine.

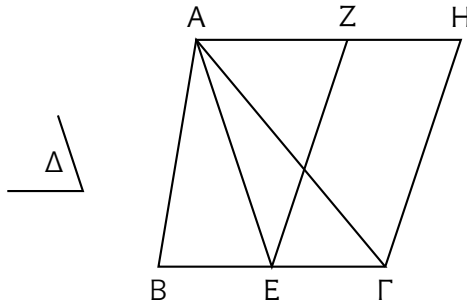
Ve onun ΓΕΖ açısı
verilmiş Δ'ya eşittir.

Böylece, verilmiş ΑΒΓ üçgenine
eşit

bir ΖΕΓΗ paralelkenar inşa edilmişti
ΓΕΖ aşısında,

Δ aşısına eşit olan;

yapılması gereken tam buydu.



43. Önerme

Παντός παραλληλογράμμου
τῶν περὶ τὴν διάμετρον
παραλληλογράμμων
τὰ παραπληρώματα
ἴσα ἀλλήλοις ἔστιν.

Ἐστω
παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ,
περὶ δὲ τὴν ΑΓ
παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω
τὰ ΕΘ, ΖΗ,
τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα
τὰ ΒΚ, ΚΔ·

λέγω, ὅτι
ἴσον ἔστι τὸ ΒΚ παραπλήρωμα
τῷ ΚΔ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμὸν ἔστι
τὸ ΑΒΓΔ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ,
ἴσον ἔστι
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ.
πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμὸν ἔστι
τὸ ΕΘ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστιν ἡ ΑΚ,
ἴσον ἔστι
τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

Herhangi bir paralelkenarın
köşegeni etrafındaki
paralelkenarların
tümleyenleri,
birbirine eşittir.

Olsun
paralelkenar ΑΒΓΔ,
ve onun köşegeni ΑΓ,
ve ΑΓ etrafında
paralelkenarlar,
ΕΘ ve ΖΗ olsun,²¹
ve sözde tümleyenleri,
ΒΚ ile ΚΔ.

Diyorum ki
ΒΚ tümleyeni eşittir
ΚΔ tümleyenine.

Zira bir paralelkenar olduğundan
ΑΒΓΔ,
ve ΑΓ, onun köşegeni [olduğundan],
eşittir
ΑΒΓ üçgeni, ΑΓΔ üçgenine.
Yine, bir paralelkenar olduğundan
ΕΘ,
ve ΑΚ, onun köşegeni [olduğundan],
eşittir
ΑΕΚ üçgeni, ΑΘΚ üçgenine.
O halde aynı sebeple

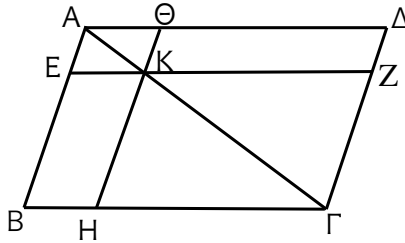
²¹ Yunancada ΕΘ paralelkenarı, τὸ ΕΘ παραλληλόγραμμον veya kısaca τὸ ΕΘ iken, ΕΘ çizgisi, ἡ ΕΘ γραμμή veya ἡ ΕΘ olur. Fark, harfi tarifle gösterilir.

τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἴσον ἴσον.
 ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον
 τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἴσον ἴσον,
 τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ,
 τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ
 ἴσον ἴσον
 τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ·
 ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
 ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον ἴσον·
 λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα
 λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματι
 ἴσον ἴσον.

KZΓ üçgeni de, KHΓ'ya eşittir.
 Dolayısıyla AEK üçgeni,
 AΘK üçgenine eşit olduğundan,
 ve KZΓ, KHΓ'ya,
 AEK üçgeni, KHΓ ile,
 eşittir
 AΘK üçgenine, KZΓ ile;
 ve bütün ABΓ üçgeni,
 bütün AΔΓ'ya eşittir;
 böylece kalan BK tümleyeni,
 kalan KΔ tümleyenine
 eşittir.

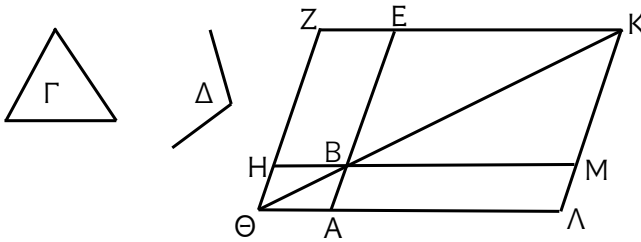
Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χω-
 ρίου
 τῶν περὶ τὴν διάμετρον
 παραλληλογράμμων
 τὰ παραπληρώματα
 ἴσα ἀλλήλοις ἴσιν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, herhangi bir paralelkenar
 alanın
 köşegeni etrafındaki
 paralelkenarların
 tümleyenleri,
 birbirine eşittir;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



44. Önerme

Παρά τήν δοθεῖσαν εὐθεῖαν
τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Verilmiş bir doğru boyunca
verilmiş bir üçgene eşit,
bir paralelkenar uygulamak
verilmiş bir düz kenar açıda.

Ἐστω

ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB,
τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ,
ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἡ Δ.

Olsun

verilmiş doğru AB,
ve verilmiş üçgen Γ,
ve verilmiş düzkenar açı
Δ.

δεῖ δὴ

παρά τήν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τήν AB
τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον
παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν
ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

O halde gereklidir

verilmiş AB doğrusu boyunca
verilmiş Γ üçgenine eşit
bir paralelkenar
verilmiş Δ açısında uygulamak.

Συνεστάτω

τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ BEZH
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ EBH,
ἣ ἔστιν ἴση τῇ Δ.
καὶ κείσθω
ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τήν BE τῇ AB,

İnşa edilmiş olsun

Γ üçgenine eşit olan
BEZH paralelkenarı,
EBH açısında,
Δ'ya eşit olan;
ve oturtulmuş olsun
öyle ki BE, AB ile bir doğruda olsun,

καὶ διήχθω ἢ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ,
καὶ διὰ τοῦ Α
ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος
ἦχθω ἢ ΑΘ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἢ ΘΒ.

καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἢ ΘΖ,
αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι
δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι.
αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν·
αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν
εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι
συμπίπτουσιν·
αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι
συμπεσοῦνται.

ἐκβεβλήσθωσαν
καὶ συμπιπτέωσαν κατὰ τὸ Κ,
καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου
ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος
ἦχθω ἢ ΚΛ,
καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ
ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεία.

παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΘΛΚΖ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἢ ΘΚ,
περὶ δὲ τὴν ΘΚ
παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ,
τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα
τὰ ΑΒ, ΒΖ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΒΖ.
ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον·

ve ΖΗ, Θ' a ilerletilmiş olsun
ve Α' dan,
ΒΗ ve ΕΖ' dan birine paralel olan,
ΑΘ ilerletilmiş olsun,
ve ΘΒ birleştirilmiş olsun.

Ve ΑΘ ile ΕΖ paralellerinin üzerine
ΘΖ doğrusu düştüğünden,
ΑΘΖ ve ΘΖΕ açıları
iki dik açıya eşittir.
Böylece ΒΘΗ ve ΗΖΕ
iki dik açıdan küçüktür.
Ve iki dik açıdan küçük olan,
sonsuzza uzatılan,
çarpmıştır.
Böylece uzatılan ΘΒ ve ΖΕ,
çarpmıştır.

Uzatılmış olsun
ve Κ noktasında çarpmış olsun,
ve Κ noktasından,
ΕΑ veya ΖΘ doğrusuna paralel olan,
ΚΛ ilerletilmiş olsun,
ve ΘΑ ve ΗΒ uzatılmış olsun
Λ ve Μ' ye.

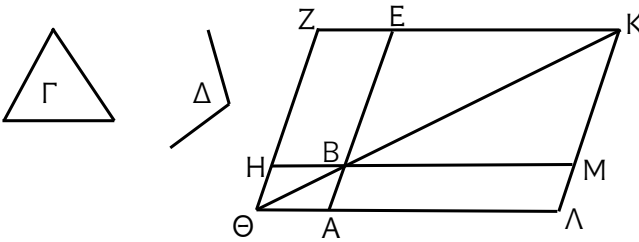
Böylece ΘΛΚΖ bir paralelkenardır,
ve ΘΚ onun köşegenidir,
ve ΘΚ etrafındadır
ΑΗ ve ΜΕ paralelkenarları,
ve bunların sözde tümleyenleri,
ΑΒ ile ΒΖ' dir;
Böylece ΑΒ, ΒΖ' ya eşittir.
Ama ΒΖ, Γ üçgenine eşittir.

καὶ τὸ ΛB ἄρα τῷ Γ ἴσων.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἢ ὑπὸ HBE γωνία τῇ ὑπὸ ABM ,
ἀλλὰ ἢ ὑπὸ HBE τῇ Δ ἴσων ἐστὶν ἴση,
καὶ ἢ ὑπὸ ABM ἄρα τῇ Δ γωνία
ἐστὶν ἴση.

Παρά τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν
 AB
τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσων
παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ
 ΛB
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ABM ,
ἢ ἐστὶν ἴση τῇ Δ .
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

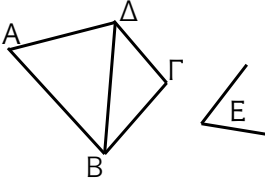
Böylece AB da Γ 'ya eşittir.
Ve eşit olduğundan
 HBE açısı, ABM 'ye,
ama HBE , Δ 'ya eşit olduğundan,
böylece ABM de Δ açısına
eşittir.

Böylece, verilmiş AB doğrusu bo-
yunca,
verilmiş bir Γ üçgenine eşit olan,
 ΛB paralelkenarı uygulanmış oldu,
 ABM açısında,
 Δ 'ya eşit olan;
yapılması gereken tam buydu.

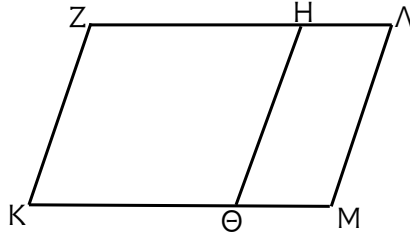


45. Önerme

Τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθύγραμμῳ.



Verilmiş bir düzkenar [figüre] eşit
bir paralelkenar inşa etmek,
verilmiş düzkenar açıda.



Ἐστω
τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ,
ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε·

δεῖ δὴ
τῷ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ,
καὶ συνεστάτω
τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ
ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ γωνίᾳ,
ἢ ἔστιν ἴση τῇ Ε·
καὶ παραβεβλήσθω
παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν
τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ
ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ,

Olsun
verilmiş düzkenar [figür] ΑΒΓΔ,
ve verilmiş düzkenar açısı Ε.

O halde gereklidir
ΑΒΓΔ düzkenarına eşit
bir paralelkenar inşa etmek,
verilmiş Ε açısında.

ΔΒ birleştirilmiş olsun,
ve inşa edilmiş olsun,
ΑΒΔ üçgenine eşit,
bir ΖΘ paralelkenarı,
ΘΚΖ açısında,
Ε' a eşit olan;
ve uygulanmış olsun
ΗΘ doğrusu boyunca,
ΔΒΓ üçgenine eşit,
bir ΗΜ paralelkenarı,
ΗΘΜ açısında,

ἢ ἔστιν ἴση τῇ E.

καὶ ἐπεὶ ἡ E γωνία
 ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ
 ἔστιν ἴση,
 καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα
 τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἔστιν ἴση.
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ
 ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν.
 ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ
 δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
 καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
 πρὸς δὴ τινι εὐθεῖα τῇ ΗΘ
 καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ
 δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ
 μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
 τὰς ἐφεξῆς γωνίας
 δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν·
 ἐπ' εὐθείας ἄρα ἔστιν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ·
 καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ
 εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ,
 αἱ ἐναλλάξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ·
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ
 ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν.
 ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
 καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
 ἐπ' εὐθείας ἄρα ἔστιν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ.
 καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ
 ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν,

E'a eşit olan.

Ve E açısı
 ΘΚΖ ve ΗΘΜ'nün her birine
 eşit olduğundan,
 böylece ΘΚΖ da,
 ΗΘΜ'ye eşittir.
 Ortak olarak ΚΘΗ eklenmiş olsun;
 böylece ΖΚΘ ve ΚΘΗ,
 ΚΘΗ ve ΗΘΜ'ye eşittir.
 Ama ΖΚΘ ve ΚΘΗ
 iki dik açuya eşittir;
 böylece ΚΘΗ ve ΗΘΜ de,
 iki dik açuya eşittir.
 O halde bir ΗΘ doğrusuna,
 ve aynı Θ noktasında,
 iki ΚΘ ve ΘΜ doğruları,
 aynı tarafta oturmayan,
 bitişik açıları
 iki dik açuya eşit yapar.
 Böylece ΚΘ, ΘΜ ile bir doğrudadır;
 ve ΚΜ ve ΖΗ paralelleri üzerine
 ΘΗ doğrusu düştüğünden,
 ters ΜΘΗ ve ΘΗΖ açıları
 birbirine eşittir.
 Ortak olarak ΘΗΛ eklenmiş olsun;
 böylece ΜΘΗ ve ΘΗΛ,
 ΘΗΖ ve ΘΗΛ'ya eşittir.
 Ama ΜΘΗ ve ΘΗΛ
 iki dik açuya eşittir;
 böylece ΘΗΖ ve ΘΗΛ da
 iki dik açuya eşittir;
 böylece ΖΗ, ΗΛ ile bir doğrudadır.
 Ve ΖΚ, ΘΗ'ya
 hem eşit hem paralel olduğundan,

ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῆ ΜΛ,
καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῆ ΜΛ
ἴση τε καὶ παράλληλος ἔστιν·
καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ
ΚΜ, ΖΛ·

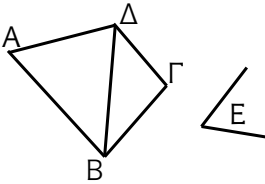
καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν·
παραλληλόγραμμον ἄρα ἔστι τὸ
ΚΖΛΜ.

καὶ ἐπεὶ ἴσον ἔστι
τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον
τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ,
τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ,
ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον

ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ
ἔστιν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ
ΑΒΓΔ ἴσον
παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ
ΚΖΛΜ

ἐν γωνίᾳ τῆ ὑπὸ ΖΚΜ,
ἢ ἔστιν ἴση τῆ δοθείσης τῆ Ε·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



ama ΘΗ da, ΜΛ'ya,
böylece ΚΖ da ΜΛ'ya
hem eşit hem paraleldir;
ve ΚΜ ile ΖΛ doğruları, onları birleş-
tirir;

böylece ΚΜ ve ΖΛ da
hem eşit hem paraleldirler;
böylece ΚΖΛΜ bir paralelkenardır.

Ve eşit olduğundan

ΑΒΔ üçgeni

ΖΘ paralelkenarına,

ve ΔΒΓ, ΗΜ'ye,

böylece, bütün ΑΒΓΔ düzkenar
[figürü],

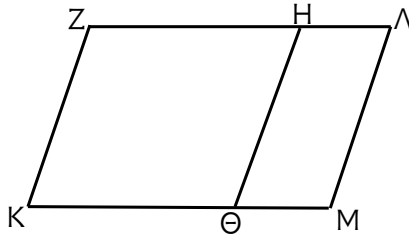
bütün ΚΖΛΜ paralelkenarına
eşittir.

Böylece, verilmiş düzkenar ΑΒΓΔ
figürüne eşit,
bir ΚΖΛΜ paralelkenarı inşa edilmiş
oldu,

ΖΚΜ açısında,

eşit olan verilmiş Ε açısına;

yapılması gereken tam buydu.



46. Önerme

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας
τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω
ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἢ AB .

δεῖ δὴ
ἀπὸ τῆς AB εὐθείας
τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἦχθω
τῇ AB εὐθείᾳ
ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ A
πρὸς ὀρθὰς
ἢ AG ,
καὶ κείσθω
τῇ AB ἴση
ἢ AD .
καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου
τῇ AB παράλληλος
ἦχθω ἢ DE ,
διὰ δὲ τοῦ B σημείου
τῇ AD παράλληλος
ἦχθω ἢ BE .

παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
 $ADEB$.

ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ μὲν AB τῇ DE ,
ἢ δὲ AD τῇ BE .
ἀλλὰ ἢ AB τῇ AD ἐστὶν ἴση.
αἱ τέσσαρες ἄρα
αἱ BA , AD , DE , EB

Verilmiş bir doğruya
bir kare çizmek.

Olsun
verilmiş doğru AB .

O halde gereklidir
 AB doğrusunda
bir kare çizmek.

İlerletilmiş olsun
 AB doğrusunda,
onundaki A noktasında,
dik açıda,
 AG ,
ve oturmuş olsun,
 AB 'ya eşit,
 AD ;
ve Δ noktasından,
 AB 'ya paralel,
 DE ilerletilmiş olsun;
ve B noktasından,
 AD 'ya paralel,
 BE ilerletilmiş olsun.

Böylece $ADEB$ bir paralelkenardır;

böylece AB , DE 'a eşittir,
ve AD , BE 'a.
Ama AB , AD 'ya eşittir.
Böylece dört
 BA , AD , DE , ve EB ,

ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·
 ἰσόπλευρον ἄρα
 ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον.

λέγω δὴ, ὅτι
 καὶ ὀρθογώνιον.

ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ
 εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ,
 αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι
 δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
 ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ·
 ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ.
 τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων
 αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·
 ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκάτερα
 τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ
 γωνιῶν·
 ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ.
 ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

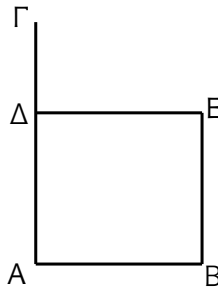
Τετράγωνον ἄρα ἐστίν·
 καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας
 ἀναγεγραμμένον·
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

birbirine eşittir;
 böylece eşkenardır
 ΑΔΕΒ paralelkenarı.

O halde diyorum ki
 dik açılıdır da.

Zira ΑΒ ve ΔΕ paralellerinin üzerine
 ΑΔ doğrusu düştüğünden,
 böylece ΒΑΔ ve ΑΔΕ,
 iki dik açığa eşittir.
 Ve ΒΑΔ diktir;
 böylece ΑΔΕ de diktir.
 Ve paralelkenar alanların
 hem karşıt kenar hem açıları
 birbirine eşittir.
 Böylece diktir her biri
 karşıt ΑΒΕ ve ΒΕΔ açılarından;
 böylece ΑΔΕΒ dik açılıdır.
 Ve gösterilmişti ki eşkenardır da.

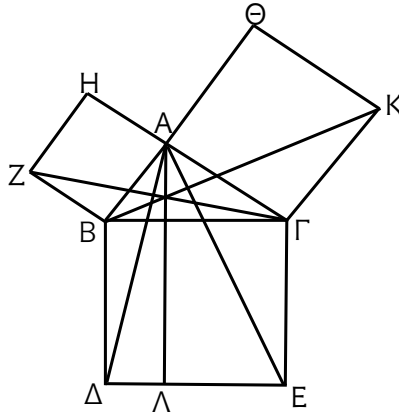
Böylece bir karedir;
 ve o ΑΒ doğrusu üzerine
 çizilmiştir;
 yapılması gereken tam buydu.



47. Önerme

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις
 τὸ ἀπὸ τῆς τῆν ὀρθὴν γωνίαν
 ὑποτεينوῦσης
 πλευρᾶς τετράγωνον
 ἴσον ἐστὶ
 τοῖς ἀπὸ τῶν τῆν ὀρθὴν γωνίαν
 περιεχουσῶν
 πλευρῶν τετραγώνοις.

Dik açılı üçgenlerde,
 dik açığı
 rapteden
 kenarın üzerindeki kare
 eşittir
 dik açığı
 içeren
 kenarların üzerindeki karelere.



Ἐστω
 τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ABΓ
 ὀρθὴν ἔχον τῆν ὑπὸ BAΓ γωνίαν·

Olsun
 dik açılı üçgen ABΓ,
 dik açısı BAΓ olan.

λέγω, ὅτι
 τὸ ἀπὸ τῆς BΓ τετράγωνον
 ἴσον ἐστὶ
 τοῖς ἀπὸ τῶν BA, AΓ τετραγώνοις.

Diyorum ki
 BΓ üzerindeki kare
 eşittir
 BA ve AΓ üzerlerindeki karelere.

Ἀναγεγράφθω γάρ
 ἀπὸ μὲν τῆς BΓ

Zira çizilmiş olsun
 BΓ üzerinde

τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ,
ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ
τὰ ΗΒ, ΘΓ,
καὶ διὰ τοῦ Α
ὁποτέρῳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος
ἦχθῶ ἢ ΑΛ.²²
καὶ ἐπεξεύχθωσαν
αἱ ΑΔ, ΖΓ.

καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν
ἐκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν,
πρὸς δὴ τινὶ εὐθείᾳ τῆ ΒΑ
καὶ τῶ πρὸς αὐτῇ σημειῶ τῶ Α
δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ
μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν·
ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῆ ΑΗ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ἡ ΒΑ τῆ ΑΘ ἐστὶν ἐπ' εὐθείας.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῆ ὑπὸ ΖΒΑ·
ὀρθὴ γὰρ ἐκατέρα·
κοινὴ προσκείμενῳ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ·
ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ
ὅλη τῆ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ΔΒ τῆ ΒΓ,
ἡ δὲ ΖΒ τῆ ΒΑ,
δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΑ
δύο ταῖς ΖΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν
ἐκατέρα ἐκατέρῳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ
γωνία τῆ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση·

ΒΔΕΓ karesi,
ve ΒΑ ile ΑΓ üzerlerinde,
ΗΒ ve ΘΓ,
ve Α noktasından,
ΒΔ ve ΓΕ' a paralel olan,
ΑΛ ilerletilmiş olsun;
ve birleştirilmiş olsun
ΑΔ ve ΖΓ.

Ve dik olduğundan
ΒΑΓ ve ΒΑΗ açılarının her biri,
bir ΒΑ doğrusunda,
ve üzerindeki Α noktasında,
ΑΓ ve ΑΗ doğruları,
aynı tarafta oturmayan,
bitişik açılar
iki dik açuya eşit yapar;
böylece ΓΑ, ΑΗ ile bir doğrudadır.
O halde aynı sebeple
ΒΑ da ΑΘ ile bir doğrudadır.
Ve eşit olduğundan
ΔΒΓ açısı, ΖΒΑ' ya,
zira her ikisinde diktir;
ortak olarak ΑΒΓ eklenmiş olsun;
böylece bütün ΔΒΑ,
bütün ΖΒΓ' ya eşittir.
Ve eşit olduğundan
ΔΒ, ΒΓ' ya,
ve ΖΒ, ΒΑ' ya,
o halde ΔΒ ve ΒΑ ikilisi
ΖΒ ve ΒΓ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve ΔΒΑ açısı
ΖΒΓ açısına eşittir;

²²Heiberg'in metninde [4, p. 110] Λ harfinin yerine Δ harfi konulmuştur.

βάσις ἄρα ἢ ΑΔ
 βάσει τῆ ΖΓ [ἔστιν] ἴση,
 καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον
 τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἔστιν ἴσον·
 καὶ [ἔστι] τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου
 διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον·
 βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
 ΒΔ

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις
 ταῖς ΒΔ, ΑΛ·

τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου
 διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον·
 βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι
 τὴν ΖΒ

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις
 ταῖς ΖΒ, ΗΓ.

[τὰ δὲ τῶν ἴσων
 διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἔστιν·]

ἴσον ἄρα ἔστι
 καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον
 τῷ ΗΒ τετραγώνῳ.

ὁμοίως δὲ
 ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ, ΒΚ

δειχθήσεται
 καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον
 ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ·
 ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον
 δυοῖ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις
 ἴσον ἔστιν.

καὶ ἔστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον
 ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν,
 τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ.
 τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετρά-
 γωνον

ἴσον ἔστι

böylece ΑΛ tabanı
 ΖΓ tabanına eşittir,
 ve ΑΒΔ üçgeni
 ΖΒΓ üçgenine eşittir;
 ve ΑΒΔ üçgeninin
 ΒΛ paralelkenarının iki katıdır;
 zira hem aynı ΒΛ tabanına sahiptir,

hem aynı ΒΔ ve ΑΛ paralelindedir;

ve ΖΒΓ üçgeninin
 ΗΒ karesinin iki katıdır;
 zira yine hem aynı ΖΒ tabanına sahip-
 tir

hem aynı ΖΒ ve ΗΓ paralelindedir.

[Ve eşitlerin
 iki katları birbirine eşittir.]

Böylece eşittir
 ΒΛ paralelkenarı da
 ΗΒ karesine.

O halde benzer şekilde,
 ΑΕ ve ΒΚ birleştirilince,
 gösterilecek ki
 ΓΛ paralelkenarı da
 ΘΓ karesine eşittir.
 Böylece bütün ΔΒΕΓ
 iki ΗΒ ve ΘΓ karelerine
 eşittir.

Ve ΒΔΕΓ karesi,
 ΒΓ üzerine çizilmiştir,
 ve ΗΒ ve ΘΓ, ΒΑ ve ΑΓ üzerine.
 Böylece ΒΓ kenarındaki kare

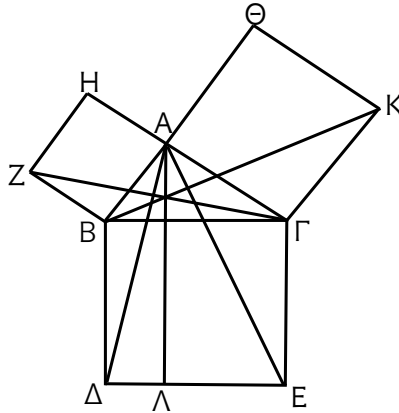
eşittir

τοῖς ἀπὸ τῶν BA , $A\Gamma$ πλευρῶν τε-
τραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις
τὸ ἀπὸ τῆς τῆν ὀρθὴν γωνίαν
ὑποτεινούσης
πλευρᾶς τετραγώνον
ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν τῆν ὀρθὴν [γωνίαν]
περιεχουσῶν
πλευρῶν τετραγώνοις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

BA ve $A\Gamma$ kenarlarındaki karelere.

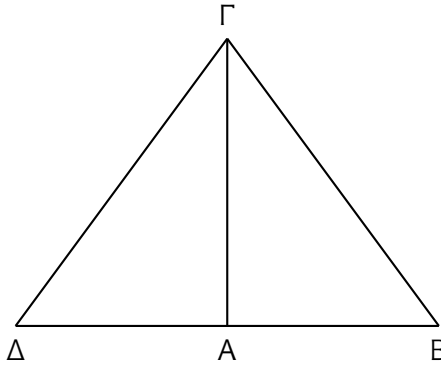
Böylece dik açılı üçgenlerde,
dik açı
rasteden
kenar üzerindeki kare
eşittir
dik açıyı
içeren
kenarların üzerindeki;
gösterilmesi gereken tam buydu.



48. Önerme

Ἐάν τριγώνου
 τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν
 τετράγωνον
 ἴσον ἢ
 τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν τετραγώνοις,
 ἡ περιεχομένη γωνία
 ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν
 ὀρθή ἐστίν.

Eğer bir üçgenin
 bir kenarının üzerindeki
 kare
 eşitse
 üçgenin kalan
 iki kenarındaki karelere,
 içerilen açı
 üçgenin kalan
 iki kenarı tarafından,
 diktir.



Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
 τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς
 τετράγωνον ἴσον ἔστω
 τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν
 τετραγώνοις·

Zira ΑΒΓ üçgeninin
 ΒΓ kenarındaki
 karesi eşit olsun
 ΒΑ ve ΑΓ kenarlarındaki
 karelere.

λέγω, ὅτι
 ὀρθή ἐστίν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία.

Diyorum ki
 ΒΑΓ açısı diktir.

Ἦχθω γὰρ

Zira ilerletilmiş olsun

ἀπὸ τοῦ A σημείου
 τῆς ΑΓ εὐθείας
 πρὸς ὀρθὰς ἢ ΑΔ
 καὶ κείσθω
 τῆς ΒΑ ἴση ἢ ΑΔ,
 καὶ ἐπεζεύχθω ἢ ΔΓ.

ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ΔΑ τῆς ΑΒ,
 ἴσον ἐστὶ
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον
 τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ.
 κοινὸν προσκείσθω
 τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον·
 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ
 τετράγωνα ἴσα ἐστὶ
 τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.
 ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ
 ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ·
 ὀρθὴ γὰρ ἐστὶν ἢ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία·
 τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ
 ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ·
 ὑπόκειται γὰρ·
 τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον
 ἴσον ἐστὶ
 τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ·
 ὥστε καὶ πλευρὰ ἢ ΔΓ
 τῆς ΒΓ ἐστὶν ἴση·
 καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ΔΑ τῆς ΑΒ,
 κοινὴ δὲ ἢ ΑΓ,
 δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ
 δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν·
 καὶ βάσις ἢ ΔΓ
 βάσει τῆς ΒΓ ἴση·

A noktasından
 ΑΓ doğrusuna
 dik açılarda ΑΔ,
 ve oturmuş olsun
 ΒΑ'ya eşit ΑΔ,
 ve ΔΓ birleştirilmiş olsun.

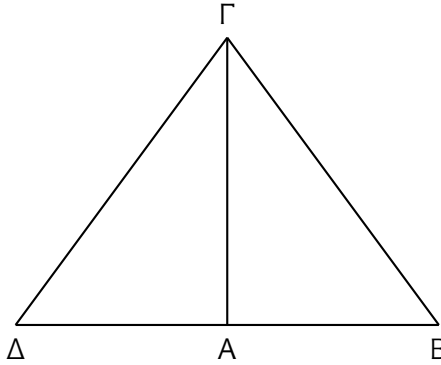
ΔΑ, ΑΒ'ya eşit olduğundan,
 eşittir
 ΔΑ üzerindeki kare de
 ΑΒ üzerindeki kareye.
 Eklenmiş olsun ortak
 ΑΓ üzerindeki kare;
 böylece ΔΑ ve ΑΓ üzerlerindeki
 kareler eşittir
 ΒΑ ve ΑΓ üzerlerindeki karelere.
 Ama ΔΑ ve ΑΓ üzerlerindeki
 eşittir
 ΔΓ üzerindeki;
 zira ΔΑΓ açısı diktir;
 ve ΒΑ ile ΑΓ üzerlerindeki
 de eşittir
 ΒΓ üzerindeki;
 zira kabul edilir;
 böylece ΔΓ üzerindeki kare
 eşittir
 ΒΓ üzerindeki kareye;
 öyleyse ΔΓ kenarı da
 ΒΓ kenarına eşittir;
 ve ΔΑ, ΑΒ'ya eşit olduğundan,
 ve ΑΓ ortak [olduğundan],
 ΔΑ ve ΑΓ ikilisi
 ΒΑ ve ΑΓ ikilisine eşittir;
 ve ΔΑ tabanı
 ΒΓ tabanına eşittir;

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta\Lambda\Gamma$
 γωνία τῆς ὑπὸ $\text{BA}\Gamma$ [ἐστίν] ἴση.
 ὀρθή δὲ ἡ ὑπὸ $\Delta\Lambda\Gamma$.
 ὀρθή ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $\text{BA}\Gamma$.

Ἐὰν ἀρὰ τριγώνου
 τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετραγώνου
 ἴσον ᾗ
 τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν τετραγώνοις,
 ἡ περιεχομένη γωνία
 ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 δύο πλευρῶν
 ὀρθή ἐστίν.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

böylece $\Delta\Lambda\Gamma$ açısı
 $\text{BA}\Gamma$ açısına eşittir.
 Ve $\Delta\Lambda\Gamma$ diktir;
 böylece diktir $\text{BA}\Gamma$.

Eğer böylece bir üçgende
 bir kenarın üzerindeki kare
 eşitse
 üçgenin kalan
 iki kenarlarındaki karelere,
 içeren açı
 üçgenin kalan
 iki kenarları tarafından,
 diktir;
 gösterilmesi gereken tam buydu.



fiiller Sözlüğü

ἄγω ilerle=

διάγω ilerlet=

αἰρέω **ἀφαιρέω** ayır=

αἰτέω rica et=

ἀλλάττω

παραλλάττω sap=

ἄπτω *med.* dokun=

ἀρμόζω

ἐφαρμόζω uygula=

βάλλω

ἐκβάλλω uzat=

παραβάλλω uygula=

προσεκβάλλω uzat=

γράφω çiz=

ἀναγράφω çiz=

ἔχω -i ol=

περιέχω içer=

ζεύγνυμι birleştir=

ἴστημι dik=

δι-ἴστημι (διάστημα uzunluk)

ἐπίστημι -in üzerine dik=

συνίστημι inşa et=

καλέω *med.* -e den=

κεῖμαι otur=

ἐκκεῖμαι oturtul=

προσκειμαι eklen=

ὑποκειμαι kabul edil=

λαμβάνω al=

ἀπολαμβάνω ayır=

λέγω (λεγόμενος sözde)

περαίνω sınırla=

περατόω sınırlandır=

πίπτω

ἐμπίπτω üzerine düş=

προσπίπτω (*acc.* ile) üzerine düş=

συμπίπτω çarpış=

ποιέω yap=

τείνω

ὑποτείνω raptet=

τέμνω kes=

δίχα τέμνω ikiye böl=

τίθημι yerleştir=

Edatlar Sözlüğü

ἀλλά ama

ἄρα böylece

διὰ çünkü

διὰ ταῦτά, διὰ τὰ αὐτά aynı sebeple

γάρ zira

[*genitivus absolutus*] -ince

δή o halde

ἐπεὶ -diğinden

καί de, ve

μέν. . . δέ —

μήν tabii ki

οὖν dolayısıyla

πάλιν yine

τε. . . καί hem. . . hem

τοίνυν elbette

ὥστε öyleyse, öyle ki

Kaynakça

- [1] Mustafa Kemal Atatürk. *Geometri*. Türk Dil Kurumu, Ankara, 2000. 4. baskı; 1. baskı 1971.
- [2] Güler Çelgin. *Eski Yunanca–Türkçe Sözlük*. Kabalcı, İstanbul, 2011.
- [3] H. S. M. Coxeter. *Introduction to Geometry*. John Wiley & Sons, New York, second edition, 1969. First edition, 1961.
- [4] Euclid. *Euclidis Elementa*, volume I of *Euclidis Opera Omnia*. Teubner, 1883. Edidit et Latine interpretatus est I. L. Heiberg.
- [5] Euclid. *The thirteen books of Euclid's Elements translated from the text of Heiberg. Vol. I: Introduction and Books I, II. Vol. II: Books III–IX. Vol. III: Books X–XIII and Appendix*. Dover Publications Inc., New York, 1956. Translated with introduction and commentary by Thomas L. Heath, 2nd ed.
- [6] Euclid. *Euclid's Elements*. Green Lion Press, Santa Fe, NM, 2002. All thirteen books complete in one volume. The Thomas L. Heath translation, edited by Dana Densmore.
- [7] Euclid. *Euclid's Elements of Geometry*. Published by the editor, revised and corrected edition, 2008. Edited, and provided with a modern English translation, by Richard Fitzpatrick, <http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html>.
- [8] Norbert Hungerbühler. A short elementary proof of the Mohr-Mascheroni theorem. *Amer. Math. Monthly*, 101(8):784–787, 1994.
- [9] Reviel Netz. *The shaping of deduction in Greek mathematics*, volume 51 of *Ideas in Context*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999. A study in cognitive history.

- [10] Pappus. *Pappus Alexandrini Collectionis Quae Supersunt*, volume I. Weidmann, Berlin, 1877. E libris manu scriptis edidit, Latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hulsch.
- [11] Proclus. *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*. Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana. In aedibus B. G. Teubneri, 1873. Ex recognitione Godofredi Friedlein.
- [12] Proclus. *A commentary on the first book of Euclid's Elements*. Princeton Paperbacks. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1992. Translated from the Greek and with an introduction and notes by Glenn R. Morrow, reprint of the 1970 edition, with a foreword by Ian Mueller.
- [13] Lucio Russo. *The forgotten revolution*. Springer-Verlag, Berlin, 2004. How science was born in 300 BC and why it had to be reborn, translated from the 1996 Italian original by Silvio Levy.
- [14] Ivor Thomas, editor. *Selections illustrating the history of Greek mathematics. Vol. II. From Aristarchus to Pappus*, volume 362 of *Loeb Classical Library*. Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1951. With an English translation by the editor.